Subiectul I — integral

Matematica — M2_Stiinte-ale-Naturii

Subiectul întreg, din toate modelele de examen ale categoriei de mai sus.

612 exerciții · din 612 sesiuni (2012–2026)

1. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2012 · Model Oficial

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**1.** Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ se cunosc $a_1=5$ şi $r=2$. Calculați suma primilor 5 termeni ai progresiei.
5p	**2.** Determinați numărul real m pentru care ecuația $x^2-(m+1)x+m=0$ are soluții reale egale.

Soluție (barem):

( )1 5 5 2 4 5 2 45 a r S S + · = = 3p 2p 2. 2 0 2 1 4 0 1 m m m m Δ = + + − = = 1p 2p 2p

2. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2012 · Model Oficial

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Determinați numărul real m pentru care ecuația $x^2-(m+1)x+m=0$ are soluții reale egale.

3. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2012 · Model Oficial

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **3.** Determinați coordonatele punctelor de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2^{x+1}-1$ cu axele Ox şi respectiv Oy.

Soluție (barem):

( ) ( ) ( ) ( ) : 0 1 1,0 : 0 1 0,1 ∩ = ⇒ = − − ∩ = f f G Ox f x x A G Oy f B 2p 1p 1p 1p

4. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2012 · Model Oficial

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p | **4.** Calculați $2C_4^2 - 3A_4^1$.

Soluție (barem):

2 4 1 4 2 1 4 4 6 4 2 3 0 C A C A = = – = 2p 2p 1p

5. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2012 · Model Oficial

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p | **4.** Calculați $2C_4^2 - 3A_4^2$.

5p | **5.** Se consideră vectorii $\vec{v_1} = 2\vec{i} + a\vec{j}$ și $\vec{v_2} = (a+3)\vec{i} + 2\vec{j}$, unde $a \in \mathbb{R}$. Determinați numărul $a > 0$ pentru care vectorii $\vec{v_1}$ și $\vec{v_2}$ sunt coliniari.

5p | **6.** Aria triunghiului MNP este egală cu 16, iar $MN = NP = 8$. Calculați $\sin N$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de punc**

Soluție (barem):

2 3 2 =+ a a 2 3 4 0 1 + – = ⇒ = a a a sau 4= – a 0 1 > ⇒ = a a 2p 2p 1p

6. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2012 · Model Oficial

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Aria triunghiului MNP este egală cu 16, iar $MN = NP = 8$. Calculați $\sin N$.

Soluție (barem):

sin Aria 2 2 16 sin 8 8 1sin 2 · · Δ = ·= · = MN NP N MNP N N 2p 2p 1p

7. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2012 · Speciala Subiect V07 · V07

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V07.pdf

5p	**1.** Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ se cunosc $a_4 = 7$ și $a_9 = 22$. Calculați a_{14}.
5p	**2.** Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor f

Soluție (barem):

9 4 5 3 a a r r = + ⇒ = 14 9 5 37 a a r = + = 2p 3p

8. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2012 · Speciala Subiect V07 · V07

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V07.pdf

2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-3$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=5-x$.

Soluție (barem):

A este punctul de intersecție a graficelor funcțiilor fși g; ( ) ( ) 3 5 f x g x x x = ⇒ − = − 3 5 4 Ax x x − = − ⇒ = 1Ay = 1p 2p 2p

9. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2012 · Speciala Subiect V07 · V07

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V07.pdf

5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{3-x}=\frac{1}{4}$.
5p	**4.** Determinați câte numere naturale de 3 cifre distincte se pot

Soluție (barem):

3 2 2 2 x– – = 3 2 5 x x – = – ⇒ = 2p 3p

10. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2012 · Speciala Subiect V07 · V07

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V07.pdf

5p | **4.** Determinați câte numere naturale de 3 cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $M=\{0,1,2,3\}$.

Soluție (barem):

Numărul tripletelor ( ), , a b c , cu a, b, c distincte din M este 3 4A Numărul tripletelor ( )0, , b c , cu b, c distincte nenule din M este 2 3A 3 2 4 3 18 A A − = numere 2p 2p 1p

11. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2012 · Speciala Subiect V07 · V07

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V07.pdf

5p **5.** Într-un reper cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$ și $B(3,0)$. Determinați coordonatele simetricului punctului A față de punctul B.

5p **6.** Calculați lungimea laturii BC a triunghiului ABC, știind că $AB=6$, $AC=5$ și $m(\sphericalangle BAC)=60^{\circ}$.

Soluție (barem):

Fie C simetricul lui A față de B ⇒ B este mijlocul segmentului ( )AC 52 A C B C x x x x += ⇒ = 22 A C B C y y y y += ⇒ = − 1p
2p 2p

12. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2012 · Speciala Subiect V07 · V07

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V07.pdf

6. Calculați lungimea laturii BC a triunghiului ABC, știind că $AB=6$, $AC=5$ și $m(\sphericalangle BAC)=60^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Soluție (barem):

2 2 2 2 cos BC AB AC AB AC A = + – · · 31 BC = 2p 3p

13. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2012 · Toamna August · V09

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

1. Se consideră numărul $a = \log_3 2$. Arătați că $\log_3 6 = 1 + a$.

Soluție (barem):

3 3 3 log 6 log 3 log 2 = + 31 log 2 1 a+ = + 2p 3p

14. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2012 · Toamna August · V09

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

5p **2.** Determinați numărul real m, știind că punctul $A(0,1)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x+m-3$.

Soluție (barem):

(0,1) (0) 1 fA G f ∈ ⇔ = (0) 3 f m = − 4m = 2p 2p 1p

15. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2012 · Toamna August · V09

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

5p | **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x+1)-\log_2(x+3)=-1$.

Soluție (barem):

1 2 1 1 log 1 2 3 3 x x x x −+ + = − ⇔ = + + 1x = Verificarea condițiilor de existență 3p 1p 1p

16. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2012 · Toamna August · V09

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

5p | **4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $\{1,2,3,...,30\}$, acesta să fie divizibil cu 7.

Soluție (barem):

nr.cazurifavorabile nr.cazuri posibile p = Numerele divizibile cu 7 sunt 7,14,21,28 ⇒ 4 cazuri favorabile Mulțimea are 30 de elemente ⇒ 30 de cazuri posibile 2 15 p = 1p 2p 1p 1p

17. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2012 · Toamna August · V09

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(4,-1)$. Determinați coordonatele punctului B, știind că O este mijlocul segmentului (AB).

5p **6.** Calculați cosinusul unghiului A al triunghiului ABC, știind că $AB=5$, $AC=6$ și $BC=7$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Soluție (barem):

O este mijlocul segmentului ( ) 2 4 B O A B AB x x x x ⇔ = − ⇔ = − 2 1 B O A B y y y y = − ⇔ = 3p 2p

18. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2012 · Toamna August · V09

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

6. Calculați cosinusul unghiului A al triunghiului ABC, știind că $AB=5$, $AC=6$ și $BC=7$.

IECTUL al II-lea **(30 de**

Soluție (barem):

2 2 2 2 cos BC AB AC AB AC A = + – · · 1cos 5A = 3p 2p

19. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2012 · Vara Iunie · V05

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V05.pdf

5p	**1.** Arătați că $2^{-1}+2^{-2}=0,75$.

Soluție (barem):

1 2 1 1 2 2 2 4 − − + = + = 3 0,75 4= = 3p 2p

20. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2012 · Vara Iunie · V05

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V05.pdf

5p | **2.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $\frac{2}{x-3}<0$.

Soluție (barem):

2 0 3 0 3 xx < ⇔ − < − ( ),3 x∈ −∞ 3p 2p

21. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2012 · Vara Iunie · V05

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V05.pdf

5p | **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+2}=x+2$.

5p | **4.** La o bancă a fost depusă într-un depozit suma de 900 lei cu o

Soluție (barem):

Condiție: 2 0 2 x x + ≥ ⇒ ≥ − 22 4 4 x x x + = + + 1 2x = − și 2 1x = − 1p 2p 2p

22. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2012 · Vara Iunie · V05

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V05.pdf

5p **4.** La o bancă a fost depusă într-un depozit suma de 900 lei cu o dobândă de $p\%$ pe an. Calculați p, știind că, după un an, în depozit suma este de 1008 lei.

Soluție (barem):

Dobânda obținută este 1008 D = lei 900 − lei 108 = lei 900 108 100 p · = 12 p = 1p 2p 2p 5. 2 O B A x x x += și 2 O B A y y y += 4Bx = și 6By = 3p 2p

23. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2012 · Vara Iunie · V05

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V05.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$ şi $A(2,3)$. Determinați coordonatele punctului B, ştiind că A este mijlocul segmentului (OB).

5p **6.** Determinați măsura x a unui unghi ascuțit, ştiind că $\frac{\sin x+4\cos x}{\cos x}=5$.

24. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2012 · Vara Iunie · V05

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V05.pdf

6. Determinați măsura x a unui unghi ascuțit, știind că $\dfrac{\sin x+4\cos x}{\cos x}=5$.

Soluție (barem):

sin 4cos 5cos x x x + = sin cos x x = 45 x = ° 1p 2p 2p

25. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2013 · Model Oficial

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

---

5p | **1.** Calculați produsul primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1 = 2$ și $a_2 = 1$.

Soluție (barem):

2 1 1a a r r – = ⇒ = – 3 0a = Finalizare: produsul este egal cu 0 2p 2p 1p

26. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2013 · Model Oficial

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p | **2.** Determinați valorile reale ale lui m pentru care $x^2-2x-m>0$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

Soluție (barem):

4 4 0 mΔ = + < (, 1) m∈ −∞ − 3p 2p

27. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2013 · Model Oficial

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p | **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 x + \log_2 (x-1) = \log_2 12$.

Soluție (barem):

( )1 12 3sau 4 x x x x – = ⇒ = – = 4x= convine, 3x= – nu convine 3p 2p

28. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2013 · Model Oficial

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr natural de trei cifre, produsul cifrelor acestuia să fie egal cu 3.

Soluție (barem):

nr.cazurifavorabile nr.cazuriposibile p= Numărul numerelor abc pentru care 3a b c · · = este egal cu 3 ⇒ 3 cazuri favorabile Numărul numerelor naturale de trei cifre este de 900 ⇒ 900 cazuri posibile 1 300 p= 1p 2p 1p 1p 5. ( ) 1cos , 2 3 2a b a b a b · = · = · · /arrowrightnosp /arrowrightnosp /combarrowextender /arrowrightnosp /combarrowextender /arrowrightnosp /arrowrightnosp /arrowrightnosp ∢ 3a b · = /arrowrightnosp /arrowrightnosp 3p 2p

29. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2013 · Model Oficial

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **5.** Calculați $\vec{a}\cdot\vec{b}$, știind că $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$ și unghiul vectorilor $\vec{a}$ și $\vec{b}$ are măsura $\frac{\pi}{3}$.

30. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2013 · Model Oficial

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **6.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$, $B(0,1)$ şi $C(3,1)$. Determinați coordonatele ortocentrului triunghiului ABC.

Soluție (barem):

( )0,1 Bși ( )3,1 C BC Ox ⇒ /parallelto, deci 1H A x x = = , unde H este ortocentrul triunghiului ABC 1BH AC BH AC m m ⊥ ⇒ · = − 1 2 11 2 Hy – –⇒ · = – 2Hy = 2p 2p 1p

31. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2013 · Speciala Subiect V03 · V03

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

5p	**1.** Arătaţi că numărul $2\left(\sqrt{7}+1\right)-\sqrt{28}$ este natural.
5p	**2.** Calculaţi $f(1)+f(2)+\ldots+f(10)$ pentru funcţia f

Soluție (barem):

28 2 7 = 2 7 2 2 7 2 + − = 3p 2p

32. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2013 · Speciala Subiect V03 · V03

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

5p	**2.** Calculaţi $f(1)+f(2)+\ldots+f(10)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^{x+1}=16$.

Soluție (barem):

( ) ( ) ( ) ( )1 2 ... 10 2 1 2 ... 10 10 f f f + + + = + + + – = 100 = 3p 2p

33. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2013 · Speciala Subiect V03 · V03

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^{x+1}=16$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând la întâmplare un el acesta să fie multiplu de 7

Soluție (barem):

1 2 4 4 x+ = 1 2 1 x x + = ⇒ = 3p 2p

34. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2013 · Speciala Subiect V03 · V03

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând la întâmplare un element din mulţimea $A=\{1,2,3,...,15\}$, acesta să fie multiplu de 7.

5p **5.** Se consideră punctele A, B şi C astfel încât $\overrightarrow{AB}=2\vec{i}+\vec{j}$ şi $\overrightarrow{BC}=\vec{i}-\vec{j}$. Calculați lungimea

Soluție (barem):

Multiplii lui 7 din mulțimea A sunt 7 și 14 ⇒ 2 cazuri favorabile Numărul de elemente ale mulțimii A este 15 ⇒ 15 cazuri posibile nr. cazuri favorabile 2 nr. cazuri posibile 15 p = = 2p 1p 2p

35. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2013 · Speciala Subiect V03 · V03

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

acesta sa fie multiplu de 7.

5p **5.** Se consideră punctele A, B şi C astfel încât $\overrightarrow{AB}=2\vec{i}+\vec{j}$ şi $\overrightarrow{BC}=\vec{i}-\vec{j}$. Calculați lungimea vectorului $\overrightarrow{AC}$.

5p **6.** Determinaţi $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ ştiind că $\frac{3\sin x-2\cos x}{\cos x}=1$.

Soluție (barem):

3AC AB BC i = + = 3AC = 3p 2p

36. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2013 · Speciala Subiect V03 · V03

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

6. Determinaţi $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ştiind că $\frac{3\sin x - 2\cos x}{\cos x} = 1$.

ECTUL al II-lea

Soluție (barem):

sin cos x x = 4x π= 3p 2p

37. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2013 · Toamna August · V09

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

5p	**1.** Arătaţi că numărul $a=3(2+5i)-5(1+3i)$ este real.
5p	**2.** Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie c

Soluție (barem):

( )3 2 5 6 15 i i + = + ( )5 1 3 5 15 i i + = + 1a = ∈ ℝ 2p 2p 1p

38. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2013 · Toamna August · V09

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

5p **2.** Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie cu axa Ox a graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+10x+25$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5\left(x^2+x+1\right)=\log_5(x+2)$.

Soluție (barem):

( ) ( ) 20 5 0 f x x = ⇒ + = 5x = − și 0y = 2p 3p

39. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2013 · Toamna August · V09

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5\left(x^2+x+1\right)=\log_5(x+2)$.
5p	**4.** După o ieftinire cu 10% preţul unui produs este 90 de lei. Calculaţi preţul ieftinire.

Soluție (barem):

2 1 2 x x x + + = + Rezultă 1x = − sau 1x = , care verifică ecuația 3p 2p

40. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2013 · Toamna August · V09

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

5p **4.** După o ieftinire cu 10% preţul unui produs este 90 de lei. Calculaţi preţul produsului înainte de ieftinire.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreapta h de ecuație $y=x-1$ şi punctul $A(2,2)$. Determinati ecuatia dreptei d care trece prin A si este paralelă cu h.

Soluție (barem):

Se notează cu x prețulînainte de ieftinire 10 90 100 x x ⇒ − · = 100 x = 3p 2p

41. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2013 · Toamna August · V09

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreapta h de ecuație $y=x-1$ şi punctul $A(2,2)$. Determinaţi ecuaţia dreptei d care trece prin A şi este paralelă cu h.
5p	**6.** Calculaţi cosinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB=5$, $AC=6$ şi $BC=7$.

Soluție (barem):

1d h d h m m ⇒ = = ( ): 2 1 2 d y x – = · – , deci :d y x = 3p 2p

42. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2013 · Toamna August · V09

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

6. Calculaţi cosinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB=5$, $AC=6$ şi $BC=7$.

Soluție (barem):

2 2 2 25 36 49 cos 2 2 5 6 AB AC BC A AB AC + – + – = = = · · · · 1 5= 3p 2p

43. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2013 · Vara Iunie · V02

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

5p	**1.** Arătaţi că numărul $x=2(1+i)-2i$ este real.
5p	**2.** Calculaţi $f(1)\cdot f(2)\cdot\ldots\cdot f(5)$ pentru funcţia

Soluție (barem):

( )2 1 2 2 i i + = + 2x = ∈ ℝ 3p 2p

44. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2013 · Vara Iunie · V02

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

5p **2.** Calculaţi $f(1)\cdot f(2)\cdot\ldots\cdot f(5)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-2$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+1}=x+1$.

5p **4.** Calculati probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din multime

Soluție (barem):

( )2 0 f = ( ) ( ) ( )1 2 … 5 0 f f f · · · = 3p 2p

45. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2013 · Vara Iunie · V02

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+1}=x+1$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr di două cifre, produsul cifrelor acestuia să fie egal cu 5.

Soluție (barem):

2 2 1 2 1 x x x + = + + Rezultă 0x = , care verifică ecuația 2p 3p

46. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2013 · Vara Iunie · V02

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, produsul cifrelor acestuia să fie egal cu 5.

5p **5.** Se consideră punctele A, B şi C astfel încât $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$ şi $\overrightarrow{BC} = 2\vec{i} + \vec{j}$. Calculați lungimea

Soluție (barem):

Numerele de două cifre având produsul cifrelor egal cu 5 sunt 15 și 51 ⇒ 2 cazuri favorabile Numărul numerelor naturale de două cifre este 90 ⇒ 90 de cazuri posibile nr. cazuri favorabile 1 nr. cazuri posibile 45 p = = 2p 1p 2p

47. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2013 · Vara Iunie · V02

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

	doua cifre, produsul cifrelor acestuia sa fie egal cu 5.
5p	**5.** Se consideră punctele A, B şi C astfel încât $\overrightarrow{AB}=2\vec{i}+2\vec{j}$ şi $\overrightarrow{BC}=2\vec{i}+\vec{j}$. Calculați lungimea vectorului $\overrightarrow{AC}$.
5p	**6.** Se consideră $E(x)=\sin x+\cos\frac{x}{2}$, unde x este număr real. Calculați $E\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

Soluție (barem):

4 3 AC AB BC i j = + = + 2 2 4 3 5 AC = + = 3p 2p

48. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2013 · Vara Iunie · V02

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

6. Se consideră $E(x)=\sin x+\cos\frac{x}{2}$, unde x este număr real. Calculați $E\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

Soluție (barem):

sin cos 3 3 6 E = + π π π 3 3 32 2 = + = 2p 3p

49. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2014 · Model Oficial

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **1.** Determinaţi raţia progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$ cu termeni reali, ştiind că $b_2 = 1$ şi $b_5 = 8$.

50. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2014 · Model Oficial

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **2.** Calculaţi $(f \circ f)(0)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2+2x+7$.

51. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2014 · Model Oficial

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2\log_5(x-3)=\log_5(x-1)$.

52. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2014 · Model Oficial

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulţimea $A=\{1,2,3,...,50\}$, acesta să fie număr divizibil cu 11.

Soluție (barem):

Numerele divizibile cu 11 din mulțimea A sunt 11, 22, 33 și 44 4 cazuri favorabile Numărul elementelor mulțimii A este 50 50 de cazuri posibile nr. cazuri favorabile 2 nr. cazuri posibile 25p 2p 1p 2p 5. 21 12 a 3a 3p 2p 6. 1sin 2x 6x 2p 3p

53. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2014 · Model Oficial

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **5.** Determinaţi numărul real a pentru care vectorii $\vec{v}=2\vec{i}+(a+1)\vec{j}$ şi $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}$ sunt coliniari.

54. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2014 · Model Oficial

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p | **6.** Rezolvaţi în mulţimea $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ ecuaţia $2\sin x-1=0$.

55. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Simulare Nationala

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p	**1.** Determinați conjugatul numărului complex $z=1+i+i^2+i^3+i^4+i^5+i^6$.
5p	**2.** Determinați valoarea maximă a funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^2+4x-5$.

Soluție (barem):

1 1 1 1 z i i i = + – – + + – = 3p i z i = ⇒ = – 2p

56. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Simulare Nationala

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **2.** Determinați valoarea maximă a funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^2+4x-5$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3-\sqrt{x^2+3}=x$.

5p **4.** Calculati probabilitatea ca alegând un număr din multimea numerelor natur

Soluție (barem):

4Δ = − 2p Valoarea maximă a funcției f este 14a Δ− = − 3p

57. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2014 · Simulare Nationala

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3-\sqrt{x^2+3}=x$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea nume să aibă cifrele distincte.

Soluție (barem):

2 2 2 3 3 9 6 3 x x x x x – = + ⇒ – + = + 3p 1x = , care verifică ecuația 2p

58. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2014 · Simulare Nationala

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele distincte.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3), B(4,0)$ și $C(2,0)$. Determinați aria triunghiului ABC.

Soluție (barem):

Sunt 81 de numere naturale de două cifre care au cifrele distincte, deci sunt 81 de c azuri favorabile 2p Sunt 90 de numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile 1p nr. cazuri favorabile 81 9 nr. cazuri posibile 90 10 p = = = 2p

59. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2014 · Simulare Nationala

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3), B(4,0)$ și $C(2,0)$. Determinați aria triunghiului ABC.

5p **6.** Arătați că $(\sin x+\cos x)^2+(\sin x-\cos x)^2=2$ pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

3, 2 AC BC = = și ( ) 90 m C = ° ∢ 3p 32ABC AC BC Δ ⋅ = = A 2p

60. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2014 · Simulare Nationala

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Arătați că $(\sin x+\cos x)^2+(\sin x-\cos x)^2=2$ pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

( ) 2sin cos 1 2sin cos x x x x + = + 2p ( ) ( ) ( ) 2 2 2 sin cos 1 2sin cos sin cos sin cos 2 x x x x x x x x − = − ⇒ + + − = 3p

61. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Speciala Subiect V09 · V09

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

5p	**1.** Se consideră numărul complex $z = 2 + 3i$. Calculați z^2 .
5p	**2.** Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie cu ax

Soluție (barem):

( ) 22 2 2 2 2 3 3 z i i = + · · + = 3p 5 12 i= – + 2p

62. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Speciala Subiect V09 · V09

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

5p	**2.** Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie cu axa Ox a graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-6x+9$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_9\left(x^2+5\right)=1$.

Soluție (barem):

( ) ( ) 20 3 0 f x x = ⇒ − = 3p 3x = și 0y = 2p

63. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2014 · Speciala Subiect V09 · V09

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_9\left(x^2+5\right)=1$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numer să fie divizibil cu 13.

Soluție (barem):

2 2 5 9 4 0 x x + = ⇒ − = 3p 1 2x = − și 2 2x = , care verifică ecuația 2p

64. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2014 · Speciala Subiect V09 · V09

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 13.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,0)$, $B(2,0)$ şi $C(0,3)$. Calculaţi aria triunghiului ABC.

Soluție (barem):

Sunt 7 numere de două cifre divizibile cu 13, deci sunt 7 cazuri favorabile 2p Sunt 90 de numere de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile 1p nr. cazuri favorabile 7 nr. cazuri posibile 90 p = = 2p

65. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2014 · Speciala Subiect V09 · V09

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,0)$, $B(2,0)$ şi $C(0,3)$. Calculaţi aria triunghiului ABC.

5p **6.** Se consideră $E(x)=\cos x+\sin\frac{x}{2}$, unde x este număr real. Calculaţi $E\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

Soluție (barem):

4AB = , 3CO = și CO esteînălțime 3p 4 3 62ABC Δ ·= = A 2p

66. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2014 · Speciala Subiect V09 · V09

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

6. Se consideră $E(x)=\cos x+\sin\frac{x}{2}$, unde x este număr real. Calculați $E\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

Soluție (barem):

cos sin 2 2 4 E π π π = + = 3p 2 2 0 2 2 = + = 2p

67. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Toamna August · V07

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

5p	**1.** Determinați numărul real x pentru care numerele $2,\ x+2$ și 10 sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
5p	**2.** Determinați valoarea minimă a funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2-2x-10$.

Soluție (barem):

2 10 2 2x ++ = 3p 4x = 2p

68. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Toamna August · V07

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

5p **2.** Determinați valoarea minimă a funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x-10$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2\left(x^2-2x\right)=3$.

Soluție (barem):

44 Δ = 2p Valoarea minimă a funcției f este egală cu 11 4a Δ− = − 3p

69. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2014 · Toamna August · V07

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2\left(x^2-2x\right)=3$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerel să fie par.

Soluție (barem):

2 2 8 0 x x – – = 3p 1 2x = – și 2 4x = , care verifică ecuația 2p

70. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2014 · Toamna August · V07

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie par.

5p **5.** Determinaţi numărul real a pentru care vectorii $\vec{u}=(a-2)\vec{i}-2\vec{j}$ și $\vec{v}=3\vec{i}+2\vec{j}$ sunt opuşi.

Soluție (barem):

Sunt 45 de numere pare de două cifre, deci sunt 45 de cazuri favorabile 2p Sunt 90 de numere de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile 1p nr. cazuri favorabile 45 1 nr. cazuri posibile 90 2 p = = = 2p

71. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2014 · Toamna August · V07

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

sa fie par.

5p **5.** Determinaţi numărul real a pentru care vectorii $\vec{u}=(a-2)\vec{i}-2\vec{j}$ şi $\vec{v}=3\vec{i}+2\vec{j}$ sunt opuşi.

5p **6.** Calculaţi cosinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB=4$, $AC=5$ şi $BC=6$.

Soluție (barem):

2 3 u v a = – ⇔ – = – 3p 1a = – 2p

72. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2014 · Toamna August · V07

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

6. Calculaţi cosinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB=4$, $AC=5$ şi $BC=6$.

Soluție (barem):

16 25 36 cos 2 4 5 A + – = = · · 3p 1 8= 2p

73. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2014 · Vara Iunie · V01

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

5p	**1.** Determinaţi partea reală a numărului complex $z=3+2(1-i)$.
5p	**2.** Arătați că $x_1+x_2+2x_1x_2=23$ ştiind că x_1 și x_2 sunt soluțiile e

Soluție (barem):

3 2 2 z i = + − = 3p 5 2 i= − , deci partea reală a numărului z este egală cu 5 2p

74. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Vara Iunie · V01

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

5p **2.** Arătați că $x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = 23$ știind că x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - 3x + 10 = 0$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2 + x + 1} = 1$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale impare de trei cifre distincte se pot forma cu elementele

Soluție (barem):

1 2 3x x + = , 1 2 10 x x = 3p 1 2 1 2 2 3 2 10 23 x x x x + + = + · = 2p

75. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2014 · Vara Iunie · V01

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

5p | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+x+1}=1$.

5p | **4.** Determinați câte numere naturale impare de trei cifre distincte s

Soluție (barem):

2 2 1 1 0 x x x x + + = ⇒ + = 3p 1 1x = − și 2 0x = care verifică ecuația 2p

76. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2014 · Vara Iunie · V01

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

5p **4.** Determinați câte numere naturale impare de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $\{1, 2, 3\}$.

5p **5.** Determinaţi numărul real a pentru care dreptele de ecuații $y=(a-1)x+1$ și $y=2x-3$ sunt

Soluție (barem):

Cifra unităților poate fi aleasă în 2 moduri 2p Cum cifrele sunt distincte, cifra zecilor poate fi aleasă în 2 moduri, iar cifra sutelor poate fi aleasă într-un singur mod 2p Se pot forma 2 2 1 4 · · = numere 1p

77. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2014 · Vara Iunie · V01

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

5p **5.** Determinaţi numărul real a pentru care dreptele de ecuații $y=(a-1)x+1$ și $y=2x-3$ sunt paralele.

5p **6.** Determinați raza cercului circumscris triunghiului ABC în care $AB=3$, $AC=4$ și $BC=5$.

Soluție (barem):

1 2 a – = 3p 3a = 2p 6. 2A π= 2p 5 2R = 3p

78. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2014 · Vara Iunie · V01

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

paralele.

6. Determinați raza cercului circumscris triunghiului ABC în care $AB=3$, $AC=4$ și $BC=5$.

79. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Model Oficial

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**1.** Calculați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1 = 3$ și rația $r = 2$.
5p	**2.** Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x - 2$.

80. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Model Oficial

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **2.** Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x-2$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2-4x+5}=1$.

81. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2015 · Model Oficial

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2-4x+5}=1$.
5p	**4.** Determinaţi numărul submulțimilor cu trei elemente ale mulțimii

82. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2015 · Model Oficial

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **4.** Determinaţi numărul submulțimilor cu trei elemente ale mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(-2,1)$ şi $C(-$

83. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2015 · Model Oficial

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(-2,1)$ şi $C(-2,5)$. Determinaţi lungimea vectorului $\overrightarrow{AM}$, știind că M este mijlocul segmentului BC.

5p **6.** Calculați $\operatorname{ctg} a$, ştiind că $\sin a = \frac{1}{3}$ și $a \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

84. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2015 · Model Oficial

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Calculați $\operatorname{ctg} a$, știind că $\sin a = \frac{1}{3}$ și $a \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

85. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Simulare Nationala

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p	**1.** Determinați numărul real care are partea întreagă -2 și partea fracționară $0,75$.
5p	**2.** Calculați distanța dintre punctele de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,

Soluție (barem):

2 0,75 – + = 3p 1,25 = – 2p

86. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Simulare Nationala

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p	**2.** Calculați distanța dintre punctele de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-\frac{4}{3}x+4$ cu axa Ox și, respectiv, cu axa Oy.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+10}=81$.

Soluție (barem):

Punctele de intersecție cu axele de coordonate sunt ( )3,0 Ași, respectiv, ( )0,4 B 2p Distanța AB este egală cu 5 3p 3. ( ) 2 10 1 4 3 3 2 10 4 x x +− = ⇔ − − = 3p 7x = − 2p

87. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2015 · Simulare Nationala

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+10}=81$.

5p **4.** Determinați numărul natural n pentru care $C_n^0+C_n^1+C_n^2+\ldots+$

88. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2015 · Simulare Nationala

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **4.** Determinați numărul natural n pentru care $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \ldots + C_n^n = 64$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(-1,1)$, $N(3,1)$ și $P(3,$

Soluție (barem):

0 1 2 2n n n n n n C C C C + + + + = … 3p 2 64 6 n n= ⇔ = 2p

89. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2015 · Simulare Nationala

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(-1,1)$, $N(3,1)$ și $P(3,5)$. Arătați că triunghiul MNP este isoscel.

5p **6.** Calculați raza cercului înscris în triunghiul ABC, știind că $AB=6$, $AC=8$ și $BC=10$.

Soluție (barem):

4MN = 2p 4NP MNP = ⇒ Δ este isoscel 3p

90. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2015 · Simulare Nationala

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Calculați raza cercului înscris în triunghiul ABC, știind că $AB=6$, $AC=8$ și $BC=10$.

Soluție (barem):

24 ABC Δ =A 2p 12 p = , deci 2r = 3p

91. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Speciala Subiect V09 · V09

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

5p	**1.** Calculați rația progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_3 = 6$ și $a_4 = 8$.
5p	**2.** Determinați valoarea minimă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 9$.

92. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Speciala Subiect V09 · V09

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

5p	**2.** Determinați valoarea minimă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-9$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+3}=x+1$.

93. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2015 · Speciala Subiect V09 · V09

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+3}=x+1$.
5p	**4.** Determinaţi numărul submulțimilor cu două elemente ale mulțim

94. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2015 · Speciala Subiect V09 · V09

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

5p **4.** Determinaţi numărul submulțimilor cu două elemente ale mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$ şi $B(0,3)$. Determinaţi ecuația

95. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2015 · Speciala Subiect V09 · V09

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$ şi $B(0,3)$. Determinaţi ecuația dreptei AB.

5p **6.** Calculaţi lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC în care $AB=8$ şi $C=\frac{\pi}{6}$.

96. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2015 · Speciala Subiect V09 · V09

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

6. Calculaţi lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC în care $AB=8$ şi $C=\frac{\pi}{6}$.

97. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Toamna August · V01

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V01.pdf

5p	**1.** Determinați al doilea termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1=1$ și rația $r=2$.
5p	**2.** Determinaţi numărul real m, știind că punctul $A(m,0)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}$

98. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Toamna August · V01

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V01.pdf

5p **2.** Determinaţi numărul real m, știind că punctul $A(m,0)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2\left(x^2+4\right)=\log_2 8$.

99. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2015 · Toamna August · V01

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V01.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2\left(x^2+4\right)=\log_2 8$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M=\{1,2$ divizibil cu 3

100. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2015 · Toamna August · V01

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V01.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, acesta să fie divizibil cu 3.

5p **5.** Determinaţi numărul real a, știind că vectorii $\vec{u}=(a+1)\vec{i}+4\vec{j}$ și $\vec{v}=\vec{i}+2\vec{j}$ sunt coliniari.

101. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2015 · Toamna August · V01

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V01.pdf

divizibil cu 3.

5p **5.** Determinaţi numărul real a, știind că vectorii $\vec{u}=(a+1)\vec{i}+4\vec{j}$ și $\vec{v}=\vec{i}+2\vec{j}$ sunt coliniari.

5p **6.** Arătați că $\sin 2x=\frac{\sqrt{3}}{2}$, știind că $\sin x=\frac{1}{2}$ și $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

102. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2015 · Toamna August · V01

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V01.pdf

6. Arătați că $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, știind că $\sin x = \frac{1}{2}$ și $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

103. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2015 · Vara Iunie · V08

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

5p	**1.** Se consideră numărul complex $z=1+i$. Arătați că $z^2-2i=0$.
5p	**2.** Calculați $(g\circ f)(3)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-3$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

104. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Vara Iunie · V08

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

5p **2.** Calculați $(g \circ f)(3)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-3$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+2015$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{x^2-5x}=5^{3-3x}$.

105. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2015 · Vara Iunie · V08

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{x^2-5x}=5^{3-3x}$.
5p	**4.** Determinaţi numărul submulțimilor cu patru elemente ale mulțin

106. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2015 · Vara Iunie · V08

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

5p **4.** Determinaţi numărul submulțimilor cu patru elemente ale mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(0,4)$. Determinaţi ecuaţia drep

107. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2015 · Vara Iunie · V08

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(0,4)$. Determinaţi ecuaţia dreptei d care trece prin punctul A şi este paralelă cu dreapta de ecuaţie $y=2x+7$.

5p **6.** Determinaţi aria triunghiului MNP, ştiind că $MN=12$, $MP=3$ şi $m(\sphericalangle M)=30°$.

108. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2015 · Vara Iunie · V08

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

6. Determinaţi aria triunghiului MNP, ştiind că $MN=12$, $MP=3$ și $m(\sphericalangle M)=30°$.

109. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Model Oficial

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**1.** Determinați primul termen al progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că $b_5 = 48$ și $b_8 = 384$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 7x + 6$. Determinați distanța dintre puncte

110. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Model Oficial

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-7x+6$. Determinați distanța dintre punctele de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $32^x=16\cdot 2^x$.

111. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2016 · Model Oficial

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $32^x = 16 \cdot 2^x$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr natural n di

112. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2016 · Model Oficial

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr natural n din mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, acesta să verifice egalitatea $n^2 - 5n + 6 = 0$.

5p **5.** Determinați numărul real a, știind că vectorii $\vec{u} = (a+1)\vec{i} + (a-1)\vec{j}$ și $\vec{v} = 6\vec{i} + 2\vec{j}$ sunt coliniari.

113. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2016 · Model Oficial

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

verifică egalitatea $x^2 - 5x + 6 = 0$.

5p **5.** Determinați numărul real a, știind că vectorii $\vec{u} = (a+1)\vec{i} + (a-1)\vec{j}$ și $\vec{v} = 6\vec{i} + 2\vec{j}$ sunt coliniari.

5p **6.** Arătați că $(2\sin x + \cos x)^2 + (\sin x + 2\cos x)^2 - 4\sin 2x = 5$, pentru orice număr real x.

114. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2016 · Model Oficial

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Arătați că $\left(2\sin x+\cos x\right)^2+\left(\sin x+2\cos x\right)^2-4\sin 2x=5$, pentru orice număr real x.

115. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Simulare Nationala

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p	**1.** Determinați rația progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $2a_{10} = a_5 + a_6 + 36$.
5p	**2.** Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

Soluție (barem):

( )1 1 1 2 9 4 5 36 9 36 a r a r a r r + = + + + + ⇔ = 3p 4r = 2p

116. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Simulare Nationala

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **2.** Determinați abscisele punctelor de intersecţie a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+3x-1$ cu dreapta de ecuație $y=x-1$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2\frac{x-1}{x+1}+\log_2\left(x^2-1\right)=4$.

Soluție (barem):

2 2 3 1 1 2 0 x x x x + – = – ⇔ + = 3p 2x = – sau 0x = 2p

117. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2016 · Simulare Nationala

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2 \frac{x-1}{x+1} + \log_2 \left(x^2 - 1\right) = 4$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor na acesta să aibă produsul cifrelor divizibil cu 10.

Soluție (barem):

( ) ( ) ( ) 2 2 2 1 1 log 4 1 16 1 x x xx – – = ⇒ – = + 3p 3x = – sau 5x = , care verifică ecuația 2p

118. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2016 · Simulare Nationala

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor divizibil cu 10.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(1,4)$ și $C(5,1)$. Determinaţi coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului ABC.

Soluție (barem):

Sunt 90 de numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile 1pÎn mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 9 numere cu cifra unităților zero, 4 numere cu cifra zecilor cincișI cifra unităților număr par nenulși 4 numere cu cifra unităților cincișI cifra zecilor număr par, deci sunt 17 cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 17 nr. cazuri posibile 90 p = = 2p

119. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2016 · Simulare Nationala

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(1,4)$ și $C(5,1)$. Determinaţi coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului ABC.

5p **6.** Arătaţi că $\frac{1+\cos 2x}{1-\cos 2x}=\operatorname{ctg}^2 x$, pentru orice $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

Soluție (barem):

( ) ( )1,1 , 1,4 A B AB Oy ⇒ și ( ) ( )1,1 , 5,1 A C AC Ox ⇒ , deci ABC Δ este dreptunghicîn A 2p Centrul cercului circumscris ABC Δ este mijlocul laturii BCși are coordonatele 53, 2 3p

120. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2016 · Simulare Nationala

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Arătaţi că $\frac{1+\cos 2x}{1-\cos 2x} = \operatorname{ctg}^2 x$, pentru orice $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

Soluție (barem):

21 cos 2 2cos x x + = 2p 2 2 2 2 1 cos 2 2cos 1 cos 2 2sin ctg 1 cos 2 2sin x x x x x x x +− = ⇒ = = − , pentru orice 0, 2x π ∈ 3p

121. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Speciala Subiect V01 · V01

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

5p	**1.** Arătați că $\left(\sqrt{5}+2\right)^2-4\sqrt{5}=9$.
5p	**2.** Determinați numărul real m, ști

122. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Speciala Subiect V01 · V01

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

5p	**2.** Determinați numărul real m, știind că punctul $M(m,4)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_4\left(x^2+9\right)=\log_4 25$.

Soluție (barem):

( ) 4 2 4 f m m = ⇒ + = 3p 2m = 2p

123. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2016 · Speciala Subiect V01 · V01

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_4\left(x^2+9\right)=\log_4 25$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M=\{1, 2, 3$ fie divizibil cu 2

Soluție (barem):

2 2 9 25 16 0 x x + = ⇒ − = 2p 4x = − sau 4x = , care verifică ecuația 3p

124. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2016 · Speciala Subiect V01 · V01

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, acesta să fie divizibil cu 2.

5p **5.** Determinaţi numărul real a, pentru care vectorii $\vec{u}=(a-1)\vec{i}-3\vec{j}$ și $\vec{v}=2\vec{i}-6\vec{j}$ sunt coliniari.

Soluție (barem):

Mulțimea M are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile 1pÎn mulțimea M sunt 4 numere divizibile cu 2, deci sunt 4 cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 4 nr. cazuri posibile 9 p = = 2p

125. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2016 · Speciala Subiect V01 · V01

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

ﬁe divizibil cu 2.

5p **5.** Determinaţi numărul real a, pentru care vectorii $\vec{u}=(a-1)\vec{i}-3\vec{j}$ şi $\vec{v}=2\vec{i}-6\vec{j}$ sunt coliniari.

5p **6.** Dacă $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x=\frac{1}{2}$, arătaţi că $\sin 2x=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Soluție (barem):

1 3 2 6 a − − = − 3p 2a = 2p 6. Cum 0, 2x π ∈ , obținem 3sin 2x = 2p 3 1 3 sin 2 2sin cos 2 2 2 2 x x x = = · · = 3p

126. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2016 · Speciala Subiect V01 · V01

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

6. Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x = \frac{1}{2}$, arătaţi că $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

127. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Toamna August · V02

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V02.pdf

5p	**1.** Determinați al doilea termen al progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că $b_1 = 4$ și rația $q = 2$.
5p	**2.** Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x$.

Soluție (barem):

2 1 4 2 b b q = · = · = 3p 8= 2p

128. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Toamna August · V02

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V02.pdf

5p **2.** Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(2x+1)=\log_3 5$.

Soluție (barem):

1Vx = 2p 1Vy = – 3p

129. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2016 · Toamna August · V02

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V02.pdf

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(2x+1)=\log_3 5$.

5p **4.** Determinați numărul submulțimilor cu două elemente ale mulțimii $\{0,$

Soluție (barem):

2 1 5 2 4 x x + = ⇒ = 3p 2x = , care verifică ecuația 2p

130. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2016 · Toamna August · V02

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V02.pdf

5p	**4.** Determinați numărul submulțimilor cu două elemente ale mulțimii $\{0, 1, 2, 3, 4\}$.
5p	**5.** Determinați numărul real m, știind că punctul $M(1,0)$ aparține dreptei de ecuație

Soluție (barem):

2 5 5! 2! 3! C = = · 3p 10 = 2p

131. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2016 · Toamna August · V02

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V02.pdf

5p **5.** Determinați numărul real m, știind că punctul $M(1,0)$ aparține dreptei de ecuație $y=mx-2$.

5p **6.** Calculați lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC, în care $AB=\sqrt{2}$ și $C=\frac{\pi}{4}$.

Soluție (barem):

0 1 2 m= · – 3p 2m = 2p

132. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2016 · Toamna August · V02

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V02.pdf

6. Calculați lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC, în care $AB=\sqrt{2}$ și $C=\frac{\pi}{4}$.

Soluție (barem):

22sin 22 2 AB R R C = ⇒ = = · 3p 1= 2p

133. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2016 · Vara Iunie · V08

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

5p	**1.** Se consideră numărul complex $z=1-i$. Arătați că $z^2=-2i$.
5p	**2.** Calculați $(g\circ f)(0)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2016$ și $g:$

Soluție (barem):

( ) 22 2 1 1 2 z i i i = − = − + = 2p 1 2 1 2 i i = − − = − 3p

134. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Vara Iunie · V08

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

5p **2.** Calculați $(g \circ f)(0)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2016$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x-2016$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x^2-3x}=3^{x-4}$.

Soluție (barem):

( )0 2016 f = 2p ( )( ) ( )( ) ( )0 0 2016 0 g f g f g = = = 3p

135. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2016 · Vara Iunie · V08

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x^2-3x}=3^{x-4}$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea

Soluție (barem):

2 2 3 4 4 4 0 x x x x x – = – ⇔ – + = 3p 2x = 2p

136. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2016 · Vara Iunie · V08

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M=\{1,2,3,\ldots,100\}$, acesta să fie pătrat perfect.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(0,1)$. Determinaţi ecuaţia dreptei d, care trece

Soluție (barem):

Mulțimea M are 100 de elemente, deci sunt 100 de cazuri posibile 1pÎn mulțimea M sunt 10 pătrate perfecte, deci sunt 10 cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 10 1 nr. cazuri posibile 100 10 p = = = 2p

137. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2016 · Vara Iunie · V08

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(0,1)$. Determinaţi ecuaţia dreptei d, care trece prin punctul A şi este paralelă cu dreapta de ecuaţie $y=3x-2016$.
5p	**6.** Determinaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $AB=6$, $AC=4$ şi $A=\frac{\pi}{6}$.

Soluție (barem):

Panta unei drepte paralele cu dreapta d este egală cu 3 2p Ecuația dreptei care trece prin punctul Ași este paralelă cu dreapta d este 3 1 y x = + 3p

138. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2016 · Vara Iunie · V08

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

6. Determinaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $AB=6$, $AC=4$ și $A=\frac{\pi}{6}$.

Soluție (barem):

16 4 sin 6 4 6 2 2 2 ABC π Δ · · · · = = = A 3p 6= 2p

139. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Model Oficial

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**1.** Se consideră numărul complex $z=1-i$. Arătați că $z^2+2i=0$.
5p	**2.** Calculați $(g\circ f)(0)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2017$ și $g:\mathbb{R}$

Soluție (barem):

( ) 22 2 2 1 2 1 2 2 z i i i i i i+ = – + = – + + = 2p 1 1 0 = – = 3p

140. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Model Oficial

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **2.** Calculați $(g \circ f)(0)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2017$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x-2017$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x^2-3x}=3^{x-4}$.

Soluție (barem):

( )0 2017 f = 2p ( )( ) ( )( ) ( )0 0 2017 0 g f g f g = = = ◦ 3p

141. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2017 · Model Oficial

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x^2-3x}=3^{x-4}$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea

Soluție (barem):

2 2 3 4 4 4 0 x x x x x – = – ⇔ – + = 3p 2x= 2p

142. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2017 · Model Oficial

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M=\{1,2,3,\ldots,100\}$, acesta să fie pătrat perfect.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(0,1)$. Determinaţi ecuaţia dreptei d, care trece

Soluție (barem):

Mulțimea M are 100 de elemente, deci sunt 100 de cazuri posibile 1pÎn mulțimea M sunt 10 pătrate perfecte, deci sunt 10 cazuri favorabile 2p nr.cazuri favorabile 10 1 nr.cazuri posibile 100 10 p= = = 2p

143. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2017 · Model Oficial

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(0,1)$. Determinaţi ecuaţia dreptei d, care trece prin punctul A şi este perpendiculară pe dreapta de ecuaţie $y=x-10$.

5p **6.** Determinaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $AB=6$, $AC=4$ și $A=\frac{\pi}{6}$.

Soluție (barem):

Panta unei perpendiculare pe dreapta d este egală cu 1− 2p Ecuația dreptei care trece prin punctul Ași este perpendiculară pe dreapta d este 1y x = − + 3p

144. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2017 · Model Oficial

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Determinaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $AB=6$, $AC=4$ și $A=\frac{\pi}{6}$.

Soluție (barem):

16 4 sin 6 4 6 2 2 2 ABC π Δ · · · · = = = A 3p 6= 2p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( ) ( ) 1 1 1 1 0 det 0 2 2 2 2 A A − − − − = ⇒ = = − − 2p ( )2 2 4 = − − = 3p b) ( ) ( ) 1 1 1 1 1 1 0 2 1 1 2 1 2 2 1 2 4 2 m m A m A m m m + − − − − − − + + − = + = = + − − − − 3p ( ) 0 1 2 2 1 2 1 A− = = − , pentru orice număr real m 2p c) ( )( ) 21 1 det 3 4 2 2 mA m m m m − − = = − + − 2p Pentru orice număr real m, 2 3 4 0 m m − + ≠ , deci matricea ( )A m este inversabilă 3p 2.a) 3 9 9 27 3 x y xy x y ∗ = − + + − + = 2p ( ) ( ) ( )( )3 3 9 3 3 3 3 3 3 x y y x y = − − + − + = − − − + , pentru orice numere reale xși y 3p b) ( ) ( )( )( ) ( )( )( )3 3 3 3 9 3 3 3 3 x y z x y z x y z ∗ ∗ = − − − + ∗ = − − − + 2p ( ) ( )( )( ) ( )( )( ) ( )3 3 3 3 9 3 3 3 3 x y z x y z x y z x y z ∗ ∗ = ∗ − − − + = − − − + = ∗ ∗ , pentru orice numere reale x, yși z, deci legea de compoziție „ ∗” este asociativă 3p Ministerul Educației Naționaleși CercetăriiȘtiințifice Centrul Național de Evaluareși Examinare Probă scrisă la matematică M_șt-nat

145. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Simulare Nationala

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p	**1.** Determinați numărul complex z, știind că $2z+\overline{z}=6+i$, unde $\overline{z}$ este conjugatul lui z.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-5$. Calculați $f(1)+f(2)+f(3)+\ldots+f(1$

Soluție (barem):

( ) ( )2 6 3 6 a ib a ib i a ib i + + − = + ⇔ + = + , unde z a ib = + și ,a b ∈ ℝ 2p 2a = , 1b = , deci 2z i = + 3p

146. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Simulare Nationala

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-5$. Calculați $f(1)+f(2)+f(3)+\ldots+f(10)$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x+3)=1+\log_2(x+1)$.

5p **4.** Calculati probabilitatea ca, alegând un număr din multimea numerelor naturale de două

Soluție (barem):

( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( )1 2 10 4 1 5 4 2 5 4 10 5 4 1 2 10 10 5 f f f + + + = · − + · − + + · − = + + + − · = … … … 3p 220 50 170 = − = 2p

147. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2017 · Simulare Nationala

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x+3)=1+\log_2(x+1)$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor na acesta să aibă cifrele egale.

Soluție (barem):

( ) ( ) ( )2 2 2 log 3 log 2 log 1 3 2 1 x x x x + = + + ⇒ + = + 3p 1x = , care verifică ecuația 2p

148. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2017 · Simulare Nationala

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele egale.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$ și $B(5,5)$. Determinați ecuația dreptei care

Soluție (barem):

Sunt 90 de numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile 2pÎn mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 9 numere cu cifrele egale, deci sunt 9 cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 9 1 nr. cazuri posibile 90 10 p = = = 1p

149. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2017 · Simulare Nationala

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$ și $B(5,5)$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul $C(-2,6)$ și este perpendiculară pe dreapta AB.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=3\sqrt{2}$, $m(\sphericalangle ACB)=30°$ și $m(\sphericalangle BAC)=45°$. Determinați lungimea laturii BC.

Soluție (barem):

1 1 AB d m m = ⇒ = − , unde d este dreapta care trece prin Cși este perpendiculară pe AB 2p Ecuația dreptei d este 4y x = − + 3p

150. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2017 · Simulare Nationala

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB=3\sqrt{2}$, $m(\sphericalangle ACB)=30°$ și $m(\sphericalangle BAC)=45°$. Determinați lungimea laturii BC.

Soluție (barem):

3 2 sin 45 sin sin sin 30 AB BC BC C A · ° = ⇒ = = ° 2p 23 2 2 61 2 · = = 3p

151. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Speciala Subiect V04 · V04

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V04.pdf

5p	**1.** Se consideră numerele complexe $z_1 = 3 + 2i$ și $z_2 = 3 - 2i$. Arătați că numărul $z_1 + z_2$ este real.
5p	**2.** Determinaţi numărul real m, știind că punctul $M(2, m)$ aparține graficului funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{I}$

Soluție (barem):

( ) ( )1 2 3 2 3 2 z z i i + = + + – = 2p 6= , care este număr real 3p

152. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Speciala Subiect V04 · V04

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V04.pdf

5p **2.** Determinaţi numărul real m, știind că punctul $M(2, m)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{3x-5}=3^{-2}$.

Soluție (barem):

( )2 4 3 f m m = ⇔ − = 3p 1m = 2p

153. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2017 · Speciala Subiect V04 · V04

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V04.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{3x-5}=3^{-2}$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţim multiplu de 5.

Soluție (barem):

3 5 2 3 3 3 5 2 x x− − = ⇔ − = − 3p 1x = 2p

154. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2017 · Speciala Subiect V04 · V04

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V04.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea $A=\{1, 2, 3,\ldots, 20\}$, acesta să fie multiplu de 5.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,5)$, $B(1,3)$ și $C(m,1)$, unde m este număr real. Determinați numărul real m, știind că punctul C aparține dreptei AB.

Soluție (barem):

Mulțimea A are 20 de elemente, deci sunt 20 de cazuri posibile 2pÎn mulțimea A , multiplii de 5 sunt numerele 5 , 10 , 15 și 20 , deci sunt 4 cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 4 1 nr. cazuri posibile 20 5 p = = = 1p

155. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2017 · Speciala Subiect V04 · V04

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V04.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,5)$, $B(1,3)$ și $C(m,1)$, unde m este număr real. Determinați numărul real m, știind că punctul C aparține dreptei AB.

5p **6.** Se consideră $E(x)=\cos\frac{x}{2}+\sin x$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}$.

Soluție (barem):

Ecuația dreptei AB este 2 1 y x = + 3p 1 2 1 0 C AB m m ∈ ⇔ = + ⇔ = 2p

156. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2017 · Speciala Subiect V04 · V04

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V04.pdf

6. Se consideră $E(x)=\cos\frac{x}{2}+\sin x$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}$.

[ECTUL al II-lea (

Soluție (barem):

cos sin 3 6 3 E π π π = + = 2p 3 3 32 2 = + = 3p

157. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Toamna August · V10

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V10.pdf

5p	**1.** Determinați primul termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_3=10$ și rația $r=3$.
5p	**2.** Determinaţi numărul real m, știind că punctul $A(1,3)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{I}$

Soluție (barem):

1 3 2 10 6 a a r = – = – = 3p 4= 2p

158. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Toamna August · V10

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V10.pdf

5p	**2.** Determinaţi numărul real m, știind că punctul $A(1,3)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-mx+2m$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^x+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$.

Soluție (barem):

( )1 3 1 2 3 f m m = ⇔ − + = 3p 2m = 2p

159. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2017 · Toamna August · V10

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V10.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^x + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$.
5p	**4.** Determinaţi câte numere naturale pare, de două cifre dis $\{1, 2, 3, 4\}$.

Soluție (barem):

114 4 4 4 x x –= ⇔ = 3p 1x = – 2p

160. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2017 · Toamna August · V10

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V10.pdf

5p **4.** Determinaţi câte numere naturale pare, de două cifre distincte, au cifrele elemente ale mulțimii $\{1, 2, 3, 4\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,2)$ şi $B(2,4)$. Determinaţi ecuația mediatoarei

Soluție (barem):

Cifra unităților se poate alegeîn 2 moduri 2p Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor se poate alegeîn câte 3 moduri, deci se pot forma 3 2 6 · = numere 3p

161. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2017 · Toamna August · V10

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V10.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,2)$ şi $B(2,4)$. Determinaţi ecuația mediatoarei segmentului AB.

5p **6.** Calculaţi lungimea razei cercului circumscris triunghiului dreptunghic ABC care are catetele $AB=8$ și $AC=6$.

Soluție (barem):

3Mx = și 3My = , unde M este mijlocul segmentului AB 2p mediatoare 1 1 AB m m = − ⇒ = , deci ecuația mediatoarei segmentului AB este y x = 3p

162. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2017 · Toamna August · V10

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V10.pdf

6. Calculaţi lungimea razei cercului circumscris triunghiului dreptunghic ABC care are catetele $AB=8$ și $AC=6$.

Soluție (barem):

10 BC = 2p 5R = 3p

163. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2017 · Vara Iunie · V02

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

5p	**1.** Determinați al treilea termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1=4$ și $a_2=7$.
5p	**2.** Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2-4x+1=0$. Arătați că $4x_1x_2-(x_1+x_2)=0$.

Soluție (barem):

2 1 3r a a = − = 3p 3 10 a = 2p

164. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Vara Iunie · V02

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

5p **2.** Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2-4x+1=0$. Arătați că $4x_1x_2-(x_1+x_2)=0$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{2x+1}=\frac{1}{8}$.

Soluție (barem):

1 2 4x x + = , 1 2 1x x = 2p ( )1 2 1 2 4 4 1 4 0 x x x x − + = · − = 3p

165. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2017 · Vara Iunie · V02

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{2x+1}=\frac{1}{8}$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțin acesta să fie multiplu de 15.

Soluție (barem):

2 1 3 2 2 2 1 3 x x+ − = ⇔ + = − 3p 2x = − 2p

166. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2017 · Vara Iunie · V02

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 15.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,1)$, $B(1,1)$ și $C(3,a)$, unde a este număr real. Determinati numărul real a, stiind că punctele A, B si C sunt coliniare.

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile 2pÎn mulțimea numerelor naturale de două cifre, multiplii de 15 sunt numerele 15 , 30 , 45 , 60 , 75 și 90 , deci sunt 6 cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 6 1 nr. cazuri posibile 90 15 p = = = 1p

167. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2017 · Vara Iunie · V02

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,1)$, $B(1,1)$ și $C(3,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, știind că punctele A, B și C sunt coliniare.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=4\sqrt{3}$, $AC=4$ și $\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$. Calculați $\sin B$.

Soluție (barem):

0AB m = , 1 3AC am –= 2p 1 0 1 3AB AC am m a –= ⇔ = ⇔ = 3p

168. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2017 · Vara Iunie · V02

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 4\sqrt{3}$, $AC = 4$ și $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Calculați $\sin B$.

[ECTUL al II-lea **(3(**

Soluție (barem):

34 2sin sin sin 4 3 AB AC BC B · = ⇒ = = 3p 1 2= 2p

169. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Model Oficial

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**1.** Arătați că suma elementelor mulțimii $\left\{n\in\mathbb{N}\middle\vert n(n+2)<14\right\}$ este egală cu 3.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax+b$. Determinați numerele rea

Soluție (barem):

( )2 14 n n + < și 0n n ∈ ⇒ = ℕ sau 1n= sau 2n= 3p Suma elementelor mulțimii este egală cu 0 1 2 3 + + = 2p

170. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2018 · Model Oficial

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax+b$. Determinați numerele reale a și b, știind că $f(0)=1$ și $f(x+1)=f(x)+2$, pentru orice număr real x.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $(x+5)^2-9>0$.

Soluție (barem):

1b= 2p ( )1 1 1 2 a x ax + + = + + , pentru orice număr real 2x a ⇒ = 3p

171. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2018 · Model Oficial

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $(x+5)^2-9>0$.
5p	**4.** Determinaţi numărul submulțimilor ordonate cu două elemente ale

Soluție (barem):

( )( )2 8 0 x x + + > 2p Mulțimea soluțiilor inecuației este ( ) ( ), 8 2, −∞ − ∪ − +∞ 2p

172. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2018 · Model Oficial

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **4.** Determinaţi numărul submulțimilor ordonate cu două elemente ale mulțimii $\{1, 3, 5, 7, 9\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,2)$, $B(3,5)$ şi $C(-1,3)$. Det

Soluție (barem):

Numărul submulțimilor ordonate cu două elemente din { }1, 3, 5, 7, 9 este egal cu 2 5A = 3p 20 = 2p

173. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2018 · Model Oficial

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,2)$, $B(3,5)$ şi $C(-1,3)$. Determinaţi coordonatele simetricului punctului A faţă de mijlocul segmentului BC.

5p **6.** Calculaţi sinusul unghiului D al triunghiului DEF, știind că semiperimetrul triunghiului DEF este egal cu 6, $DE=4$ și $DF=5$.

Soluție (barem):

( )1,4 M este mijlocul segmentului BC 2p Coordonatele simetricului punctului A față de punctul M sunt 2x= și 6y= 3p

174. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2018 · Model Oficial

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Calculaţi sinusul unghiului D al triunghiului DEF, știind că semiperimetrul triunghiului DEF este egal cu 6, $DE=4$ și $DF=5$.

Soluție (barem):

3EF = 2p DEF Δ este dreptunghicîn E, deci 3sin 5D = 3p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( ) 1 0 1 det 0 1 1 0 0 0 1 1 0 1 1 0 A= − = + + − − − − − = − 3p 1 1 2 = + = 2p b) 2 1 1 1 0 1 1 1 0 A A − ⋅ = − , 3 0 1 0 1 1 1 1 2 A A A ⋅ ⋅ = − 2p 3 0 1 1 0 1 1 0 0 0 1 1 0 1 1 0 1 0 1 1 1 2 1 1 0 0 0 1 x y x = − + ⇔ = − − , 2y= 3p c) 2 0 1 0 0 1 det 2 1 1 1 B B = ⇒ = − 2p 1 1 1 02 2 1 1 12 2 0 1 0 B− − = − 3p Ministerul Educației Naționale Centrul Național de Evaluareși Examinare Probă scrisă la matematică M_șt-nat Model Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializareaștiințe ale naturii Pagina 2 din 2 2.a) 32log 9 2 2 2 9 2 2 ⋅ = = = ∘ 3p 42 16 = = 2p b) 32log 3 225 25 x x = ⇔ = 2p 5x= − care nu convine, 5x= care convine 3p c) ( ) 2 33 3 log 2log log 2 xy y x y x x y = = = = ∘ 3p 32log xy y x = = ∘ , pentru orice ,x y M ∈ 2p SUBIECTUL al IIIzlea

175. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Simulare Nationala

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p	**1.** Determinați conjugatul numărului complex $z=(1-i)(2+i)+5i$.
5p	**2.** Determinați numerele naturale n pentru care $n^2+n-12<0$.

Soluție (barem):

3 4 z i = + 3p 3 4 z i = – 2p

176. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2018 · Simulare Nationala

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **2.** Determinați numerele naturale n pentru care $n^2+n-12<0$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg(x+1)=2\lg($

5p **4.** Determinati numărul de elemente ale unei multimi, stiind că ac

Soluție (barem):

Cum n este număr natural, ( )( )4 3 0 3 n n n + − < ⇒ < 2p 0n = , 1n = sau 2n = 3p

177. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2018 · Simulare Nationala

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg(x+1)=2\lg(x-5)$.
5p	**4.** Determinați numărul de elemente ale unei mulțimi, știind că aceasta are elemente.

Soluție (barem):

( ) ( ) ( ) 2 2 lg 1 lg 5 1 5 x x x x + = − ⇒ + = − 2p 2 11 24 0 3 x x x − + = ⇒ = , care nu verifică ecuațiași 8x = , care verifică ecuația 3p

178. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2018 · Simulare Nationala

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **4.** Determinați numărul de elemente ale unei mulțimi, știind că aceasta are 45 de submulțimi cu două elemente.

5p **5.** Se consideră dreptunghiul $ABCD$ și $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$. Știind că lungimea vectorului $\vec{v}$ este

Soluție (barem):

O mulțime cu n elemente are 2 nC submulțimi cu două elemente 2p ( )1 45 10 2 n n n− = ⇒ = 3p

179. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2018 · Simulare Nationala

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

elemente.

5p **5.** Se consideră dreptunghiul $ABCD$ și $\vec{v}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$. Știind că lungimea vectorului $\vec{v}$ este egală cu 20, determinați lungimea vectorului $\overrightarrow{BD}$.

5p **6.** Arătați că, dacă x este număr real pentru care $\sin x+\cos x=\sqrt{2}$, atunci $\operatorname{tg} x+\operatorname{ctg} x=2$.

Soluție (barem):

2v AC = , deci 10 AC = 3p Cum ABCD este dreptunghi, obținem 10 BD = 2p

180. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2018 · Simulare Nationala

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Arătați că, dacă x este număr real pentru care $\sin x+\cos x=\sqrt{2}$, atunci $\operatorname{tg} x+\operatorname{ctg} x=2$.

Soluție (barem):

( ) 2 1sin cos 2 sin cos 2x x x x + = ⇒ = 2p 2 2 sin cos 1 tg ctg 2 1sin cos 2 x x x x x x ++ = = = 3p

181. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Speciala Subiect V03 · V03

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

5p	**1.** Determinaţi al doilea termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1=7$ și $a_3=15$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+2$. Determinaţi numerele naturale n, per

Soluție (barem):

1 3 2 7 15 2 2 a a a + += = = 3p 11 = 2p

182. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2018 · Speciala Subiect V03 · V03

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+2$. Determinaţi numerele naturale n, pentru care $f(n)<8$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2-1}=x+1$.

Soluție (barem):

3 2 8 2 n n + < ⇔ < 2p Cum n este număr natural, obținem 0n = sau 1n = 3p

183. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2018 · Speciala Subiect V03 · V03

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2-1}=x+1$.
5p	**4.** Determinaţi numărul submulțimilor cu trei elemente ale mulțimi

Soluție (barem):

( ) 22 1 1 2 2 0 x x x − = + ⇒ + = 3p 1x = − , care convine 2p

184. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2018 · Speciala Subiect V03 · V03

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

5p **4.** Determinaţi numărul submulțimilor cu trei elemente ale mulțimii $\{0, 1, 2, 3, 4\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreptele $d_1 : y = \frac{x}{2} + 2$ și $d_2 : y = (m-3)x$

Soluție (barem):

3 5 5! 3! 2! C = = · 3p 10 = 2p 5. 1 1 2dm = , 2 3dm m = – 2p 1dși 2d sunt perpendiculare ( )1 2 11 3 1 1 2d d m m m m ⇔ · = – ⇔ – = – ⇔ = 3p

185. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2018 · Speciala Subiect V03 · V03

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreptele $d_1 : y = \frac{x}{2} + 2$ și $d_2 : y = (m-3)x + 1$, unde m este număr real. Determinați numărul real m, pentru care dreptele d_1 și d_2 sunt perpendiculare.

5p **6.** Arătaţi că, dacă $\sin 2x = \frac{1}{2}$, atunci $(\sin x + \cos x)^2 = \frac{3}{2}$.

186. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2018 · Speciala Subiect V03 · V03

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

6. Arătaţi că, dacă $\sin 2x = \frac{1}{2}$, atunci $(\sin x + \cos x)^2 = \frac{3}{2}$.

Soluție (barem):

( ) 2 2 2 1sin 2 sin cos sin 2sin cos cos 1 sin 2 2x x x x x x x = ⇒ + = + + = + = 3p 1 3 1 2 2 = + = 2p

187. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Toamna August · V09

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

5p	**1.** Arătați că $\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)-\sqrt{12}=0$.
5p	**2.** Determinați numărul real a, pentru care

Soluție (barem):

( )( ) ( )3 3 1 3 1 12 3 3 1 2 3 – + – = – – = 3p 2 3 2 3 0 = – = 2p

188. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2018 · Toamna August · V09

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

5p	**2.** Determinați numărul real a, pentru care graficele funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x+3$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+a$ se intersectează într-un punct de abscisă $x=1$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+1}=1-\sqrt{x}$.

Soluție (barem):

( ) ( ) 21 1 1 2 1 3 1 6 1 f g a a = ⇔ + · + = + ⇔ = + 3p 5a = 2p

189. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2018 · Toamna August · V09

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+1}=1-\sqrt{x}$.
5p	**4.** Determinaţi câte numere naturale de trei cifre distincte au cifrele

Soluție (barem):

1 1 2 2 0 x x x x + = – + ⇒ = 3p 0x = , care convine 2p

190. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2018 · Toamna August · V09

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

5p	**4.** Determinaţi câte numere naturale de trei cifre distincte au cifrele elemente ale mulțimii $\{0,1,2,3,4\}$.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreptele d_1, de ecuație $y=ax+2$ și d_2, de ecuație

Soluție (barem):

Cifra sutelor se poate alegeîn 4 moduri 1p Pentru fiecare alegere a cifrei sutelor, cifra zecilor se poate alegeîn 4 moduri 1p Pentru fiecare alegere a primelor două cifre, cifra unităților se poate alegeîn 3 moduri, deci se pot forma 4 4 3 48 · · = de numere 3p 5. 1dm a = , 2 1 4dm = 2p Dreptele 1dși 2d sunt paralele 1 2 1 4d d m m a ⇔ = ⇔ = 3p

191. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2018 · Toamna August · V09

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreptele d_1, de ecuație $y=ax+2$ şi d_2, de ecuație $y=\frac{x}{4}+1$. Determinaţi numărul real a, știind că dreptele d_1 și d_2 sunt paralele.

5p **6.** Arătați că $\sin(\pi-x)\cos(2\pi+x)-\sin(2\pi+x)\cos(\pi-x)=\sin 2x$, pentru orice număr real x.

192. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2018 · Toamna August · V09

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

.

6. Arătați că $\sin(\pi - x)\cos(2\pi + x) - \sin(2\pi + x)\cos(\pi - x) = \sin 2x$, pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

( ) ( ) ( ) ( ) ( )sin cos 2 sin 2 cos sin cos sin cos x x x x x x x x π π π π − + − + − = − − = 3p 2sin cos sin 2 x x x = = , pentru orice număr real x 2p

193. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2018 · Vara Iunie · V02

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

5p	**1.** Determinați produsul primilor trei termeni ai progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că $b_2 = 4$.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)^2$ și $g(x) = 2018 - x$. Calculați $g(f(1))$.

Soluție (barem):

2 1 3 2 b b b = 2p 3 3 1 2 3 2 4 64 b b b b = = = 3p

194. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2018 · Vara Iunie · V02

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

5p **2.** Se consideră funcțiile $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)^2$ și $g(x) = 2018 - x$. Calculați $g(f(1))$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $25^x = 5^{x^2}$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două c

Soluție (barem):

( )1 0 f = 2p ( )( ) ( )1 0 2018 g f g = = 3p

195. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2018 · Vara Iunie · V02

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $25^x = 5^{x^2}$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțin acesta să aibă cifra zecilor egală cu 9.

Soluție (barem):

22 2 5 5 2 0 x x x x = ⇔ – = 3p 0x = sau 2x = 2p

196. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2018 · Vara Iunie · V02

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor egală cu 9.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $(a-1)x-a^2y-a^2=0$, unde a este

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile 1pÎn mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 10 numere care au cifra zecilor egală cu 9 , deci sunt 10 cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 10 1 nr. cazuri posibile 90 9 p = = = 2p 5. 2 1 d am a −= 2p Dreapta d este paralelă cu axa 2 1 0aOx a −⇔ = , deci 1a = 3p

197. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2018 · Vara Iunie · V02

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $(a-1)x-a^2y-a^2=0$, unde a este număr real nenul. Determinați numărul real nenul a, știind că dreapta d este paralelă cu axa Ox.

5p **6.** Arătaţi că $\operatorname{tg}x+\operatorname{ctg}x=\frac{5}{2}$, știind că $\sin x=\frac{1}{\sqrt{5}}$ și $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

198. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2018 · Vara Iunie · V02

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

6. Arătaţi că $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = \frac{5}{2}$, știind că $\sin x = \frac{1}{\sqrt{5}}$ și $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

ECTUL al II-lea

Soluție (barem):

Cum 1sin 5 x = și 0, 2x π ∈ , obținem 2cos 5 x = 2p 2 2 sin cos 5 tg ctg sin cos 2 x x x x x x ++ = = 3p

199. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Model Oficial

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**1.** Arătați că numărul $a=\left(\frac{1}{1-i}-\frac{1}{1+i}\right)^2$ este întreg, unde $i^2=-1$.
5p	**2.** Determinați cel mai mare număr natural m pentru care soluți numere reale.

Soluție (barem):

( ) ( ) 2 2 1 1 1 1 2 1 1 2 1 i i i ii i i + − − − = = = − + − 3p 2 1a i = = − , care este numărîntreg 2p

200. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Model Oficial

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**2.** Determinați cel mai mare număr natural m pentru care soluțiile ecuației $x^2-7x+m=0$ sunt numere reale.
5p	**3.** Rezolvați în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^x+3^{x+1}+3^{x+2}=117$.

Soluție (barem):

49 4 mΔ = − 2p 49 0 , 4m Δ ≥ ⇔ ∈ −∞ , deci cel mai mare număr natural m pentru care soluțiile ecuației sunt numere reale este 12 3p

201. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2019 · Model Oficial

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**3.** Rezolvați în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 117$.
5p	**4.** Determinați numărul de elemente ale unei mulțimi, știind că aceasta are două elemente.

Soluție (barem):

( ) 23 1 3 3 117 3 9 x x + + = ⇔ = 3p 2x = 2p

202. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2019 · Model Oficial

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**4.** Determinați numărul de elemente ale unei mulțimi, știind că aceasta are exact 36 de submulțimi cu două elemente.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,1)$, $B(3,-3)$ și $C(3,0)$. Determinaţi ecuaţia

Soluție (barem):

2 36 nC = , unde n este numărul de elemente ale mulțimii 3p ( )1 36 2 n n − = , deci 9n = 2p

203. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2019 · Model Oficial

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,1)$, $B(3,-3)$ și $C(3,0)$. Determinaţi ecuaţia medianei din C a triunghiului ABC.

5p **6.** Determinați $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ pentru care $\cos x\sin(\pi-x)-\sin x\cos(\pi+x)=1$.

Soluție (barem):

Mijlocul segmentului AB este punctul ( )1, 1 M − 2p Ecuația medianei din C este ( )11 1 2y x + = − , deci 1 3 2 2 y x = − 3p

204. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2019 · Model Oficial

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ pentru care $\cos x \sin(\pi - x) - \sin x \cos(\pi + x) = 1$.

Soluție (barem):

cos sin sin cos 1 sin 2 1 x x x x x + = ⇔ = 3p Cum 0, 2x π ∈ , obținem 4x π= 2p

205. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Simulare Nationala

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p	**1.** Determinați numărul complex z, știind că $3z+2\overline{z}=5+2i$, unde $\overline{z}$ este conjugatul lui z.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+a$, unde a este număr real. Determinați numă

Soluție (barem):

( ) ( )3 2 5 2 5 5 2 a ib a ib i a ib i + + − = + ⇔ + = + , unde z a ib = + cu și b numere reale 3p 1a = și 2b = , deci 1 2 z i = + 2p

206. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Simulare Nationala

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+a$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care $(f\circ f\circ f)(x)=x+3$, pentru orice număr real x.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(2x+3)-\log_3 x=1$.

Soluție (barem):

( )( ) ( ) 2f f x f x a x a = + = + , ( )( ) 3f f f x x a = + 3p 3 3 x a x + = + , pentru orice număr real x , deci 1a = 2p 3. 3 2 3 2 3 log 1 3 x x x x + + = ⇒ = 3p 2 3 3 3 x x x + = ⇒ = , care convine 2p

207. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2019 · Simulare Nationala

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(2x+3)-\log_3 x=1$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor na
să se dividă cu 10 .

208. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2019 · Simulare Nationala

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să se dividă cu 10.

5p **5.** Determinați numărul real a pentru care vectorii $\vec{u}=(a+1)\vec{i}+(5a-1)\vec{j}$ și $\vec{v}=\vec{i}+3\vec{j}$ sunt coliniari.

Soluție (barem):

Sunt 900 de numere naturale de trei cifre, deci sunt 900 de cazuri posibile 1p Sunt 90 de numere naturale de trei cifre care se divid cu 10 , deci sunt 90 de cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 1 nr. cazuri posibile 10 p = = 2p

209. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2019 · Simulare Nationala

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

să se divida cu 10 .

5p **5.** Determinați numărul real a pentru care vectorii $\vec{u}=(a+1)\vec{i}+(5a-1)\vec{j}$ și $\vec{v}=\vec{i}+3\vec{j}$ sunt coliniari.

5p **6.** Calculați aria triunghiului ABC, știind că $AB=6$, $AC=10$ și $\cos A=\frac{3}{5}$.

Soluție (barem):

1 5 1 3 3 5 1 1 3 a a a a + – = ⇔ + = – 3p 2a = 2p

210. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2019 · Simulare Nationala

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Calculați aria triunghiului ABC, știind că $AB=6$, $AC=10$ și $\cos A=\frac{3}{5}$.

Soluție (barem):

4sin 5A = 2p 46 10 sin 5 24 2 2 ABC AB AC A Δ · · · · = = = A 3p

211. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Speciala Subiect V08 · V08

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V08.pdf

5p	**1.** Arătați că $(1+i)^2-2i=0$, unde $i^2=-1$.
5p	**2.** Determinați numărul real nenul m, știind

Soluție (barem):

( ) 2 21 2 1 2 2 i i i i i + − = + + − = 3p ( )1 1 0 = + − = 2p

212. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Speciala Subiect V08 · V08

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V08.pdf

5p	**2.** Determinați numărul real nenul m, știind că abscisa vârfului parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=mx^2+8x-7$ este egală cu 12.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_4\left(x^2-10x+40\right)=2$.

Soluție (barem):

8 12 2 2 V bx a m = − ⇒ − = 3p 1 3m = − 2p

213. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2019 · Speciala Subiect V08 · V08

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V08.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_4\left(x^2-10x+40\right)=2$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M=\{1,2,$

Soluție (barem):

2 2 2 10 40 4 10 24 0 x x x x − + = ⇒ − + = 3p 4x = sau 6x = , care convin 2p

214. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2019 · Speciala Subiect V08 · V08

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V08.pdf

5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M=\{1,2,3,\ldots,100\}$, acesta să fie număr impar.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,-1)$, $B(-2,0)$ și $C(0,3)$. Determinaţi

Soluție (barem):

Mulțimea M are 100 de elemente, deci sunt 100 de cazuri posibile 2pÎn mulțimea M sunt 50 de numere impare, deci sunt 50 de cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 50 1 nr. cazuri posibile 100 2 p = = = 1p

215. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2019 · Speciala Subiect V08 · V08

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V08.pdf

5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,-1)$, $B(-2,0)$ și $C(0,3)$. Determinaţi lungimea vectorului $\overrightarrow{BD}$, știind că $ABCD$ este paralelogram.
5p	**6.** Arătați că $\sin 3x+\sin 2x+\sin x=\sqrt{3}$, știind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ și $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Soluție (barem):

4BA i j = − , 2 3 6 2 BC i j BD BA BC i j = + ⇒ = + = + 2p 2 10 BD = 3p 6. 0, 2x π ∈ și 3sin 2 3 x x π= ⇒ = 2p 2 3 3 sin sin sin 0 3 3 3 2 2 π π π + + = + + = 3p

216. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2019 · Speciala Subiect V08 · V08

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V08.pdf

6. Arătați că $\sin 3x+\sin 2x+\sin x=\sqrt{3}$, știind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ și $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

[ECTUL al II-lea

217. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Toamna August · V07

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

5p	**1.** Determinați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, dacă $a_1=2$ și rația $r=2$.
5p	**2.** Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-10x+9$ cu axa Ox.

Soluție (barem):

2 4a = , 3 6a = 2p 1 2 3 2 4 6 12 a a a + + = + + = 3p

218. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Toamna August · V07

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

5p	**2.** Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-10x+9$ cu axa Ox.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{x+1}-3\cdot 5^x=2$.

Soluție (barem):

( ) 20 10 9 0 f x x x = ⇔ − + = 3p Abscisele sunt 1x = și 9x = 2p

219. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2019 · Toamna August · V07

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{x+1}-3\cdot 5^{x}=2$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr x din mulțimea A

Soluție (barem):

( )5 5 3 2 5 2 2 5 1 x x x – = ⇔ · = ⇔ = 3p 0x = 2p

220. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2019 · Toamna August · V07

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr x din mulțimea $A=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, acesta să fie soluție a ecuației $x^2-4x+4=0$.
5p	**5.** Determinați lungimea vectorului $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$, știind că triunghiul ABC este echilateral și $AB=2$.

Soluție (barem):

Mulțimea A are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile 1pÎn mulțimea A este un singur număr care verifică ecuația, deci este un caz favorabil 2p nr. cazuri favorabile 1 nr. cazuri posibile 10 p = = 2p

221. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2019 · Toamna August · V07

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

	Ne soluție a ecuației $x^{\quad} - 4x + 4 = 0$.
5p	**5.** Determinați lungimea vectorului $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, știind că triunghiul ABC este echilateral și $AB = 2$.
5p	**6.** Arătați că $\sin^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin^2(x + \pi) = 1$, pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

2AB AC AM + = , unde M este mijlocul laturii BC 3p 3AM = , deci lungimea vectorului AB AC + este egală cu 2 3 2p

222. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2019 · Toamna August · V07

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

6. Arătați că $\sin^2\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\sin^2(x+\pi)=1$, pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

sin cos 2 x x π − = , ( )sin sin x x π+ = − 2p ( )2 2 2 2 sin sin cos sin 1 2 x x x x π π − + + = + = , pentru orice număr real x 3p

223. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2019 · Vara Iunie · V06

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

5p	**1.** Determinaţi termenul b_3 al progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că $b_1=1$ și rația $q=5$.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=4x-5$. De abscisele punctelor de intersecție a graficelor celor două funcții.

Soluție (barem):

2 3 1 b b q = · = 3p 21 5 25 = · = 2p

224. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Vara Iunie · V06

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=4x-5$. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficelor celor două funcții.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x}+x=4$.

Soluție (barem):

( ) ( ) 2 2 1 4 5 5 6 0 f x g x x x x x x = ⇔ − + = − ⇔ − + = 2p 2x = , 3x = 3p

225. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2019 · Vara Iunie · V06

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x}+x=4$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea A

Soluție (barem):

2 2 2 4 2 16 8 10 16 0 x x x x x x x = − ⇒ = − + ⇒ − + = 3p 2x = , care convine, 8x = , care nu convine 2p

226. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2019 · Vara Iunie · V06

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\left\{\sqrt{1},\sqrt{2},\sqrt{3},\ldots,\sqrt{49}\right\}$, acesta să fie număr natural.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(-3,0)$ și $C(-3,6)$. Determinați ecuația medianei din A a triunghiului ABC.

Soluție (barem):

Mulțimea A are 49 de elemente, deci sunt 49 de cazuri posibile 2pÎn mulțimea A sunt 7 numere naturale, deci sunt 7 cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 7 1 nr. cazuri posibile 49 7 p = = = 1p

227. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2019 · Vara Iunie · V06

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(-3,0)$ și $C(-3,6)$. Determinați ecuația medianei din A a triunghiului ABC.

5p **6.** Arătați că $\sin x(3\sin x-\cos x)+\cos x(\sin x+3\cos x)=3$, pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

Punctul ( )3,3 M – este mijlocul laturii BC 2p Ecuația medianei din A este 3y = 3p

228. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2019 · Vara Iunie · V06

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

6. Arătați că $\sin x(3\sin x-\cos x)+\cos x(\sin x+3\cos x)=3$, pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

( ) ( ) 2 2 sin 3sin cos cos sin 3cos 3sin sin cos cos sin 3cos x x x x x x x x x x x x – + + = – + + = 2p ( ) 2 2 3 sin cos 3 x x = + = , pentru orice număr real x 3p

229. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Model Oficial

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**1.** Arătați că $(0,3\cdot 10-1)(0,3\cdot 10+1)=8$.
5p	**2.** Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuație

Soluție (barem):

( )( ) ( )( )0,3 10 1 0,3 10 1 3 1 3 1 · − · + = − + = 3p 2 4 8 = · = 2p

230. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Model Oficial

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **2.** Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2-6x+m=0$, unde m este număr real. Determinați numărul real m pentru care $x_1x_2\left(x_1+x_2\right)=12$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2\sqrt{5-x}=\sqrt{x+10}$.

Soluție (barem):

1 2 6x x + = , 1 2 x x m = 2p 6 12 m = , deci 2m = 3p

231. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2020 · Model Oficial

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2\sqrt{5-x}=\sqrt{x+10}$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea num acesta să aibă cifra zecilor cu 3 mai mare decât cifra unităților.

Soluție (barem):

( )4 5 10 20 4 10 5 10 x x x x x − = + ⇒ − = + ⇒ = 3p 2x = , care convine 2p

232. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2020 · Model Oficial

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor cu 3 mai mare decât cifra unităților.

5p **5.** Determinaţi numărul real a pentru care vectorii $\vec{u}=a\vec{i}+(a-1)\vec{j}$ și $\vec{v}=3\vec{i}+4\vec{j}$ sunt coliniari.

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile 2pÎn mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 7 numere care au cifra zecilor cu 3 mai mare decât cifra unităților, deci sunt 7 cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 7 nr. cazuri posibile 90 p = = 1p

233. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2020 · Model Oficial

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

	acesta să aibă cifra zecilor cu 3 mai mare decât cifra unităților.
5p	**5.** Determinaţi numărul real a pentru care vectorii $\vec{u}=a\vec{i}+(a-1)\vec{j}$ și $\vec{v}=3\vec{i}+4\vec{j}$ sunt coliniari.
5p	**6**. Arătaţi că, dacă x este număr real pentru care $\sin x=\cos x$, atunci $\cos 2x=0$.

Soluție (barem):

1 4 3 3 3 4 a a a a –= ⇔ = – 3p 3a = – 2p

234. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2020 · Model Oficial

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Arătaţi că, dacă x este număr real pentru care $\sin x = \cos x$, atunci $\cos 2x = 0$.

Soluție (barem):

2 2 cos 2 cos sin x x x = − = 2p ( )( ) ( )cos sin cos sin 0 cos sin 0 x x x x x x = − + = · + = 3p

235. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Speciala Subiect V01 · V01

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

5p	**1.** Arătați că $\log_2 7+\log_2 6-\log_2 21=1$.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, f

236. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Speciala Subiect V01 · V01

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x-1$. Demonstrați că $f(x)\geq g(x)$, pentru orice număr real x.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+12}=2x$.

Soluție (barem):

( ) ( ) ( ) 22 2 1 1 f x g x x x x − = − + = − , pentru orice număr real x 3p ( ) 21 0 x − ≥ , pentru orice număr real x , deci ( ) ( )f x g x ≥ , pentru orice număr real x 2p

237. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2020 · Speciala Subiect V01 · V01

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+12}=2x$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr x din mulțime

Soluție (barem):

2 2 2 2 12 4 3 12 4 x x x x + = ⇒ = ⇔ = 3p 2x = – , care nu convine, 2x = , care convine 2p

238. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2020 · Speciala Subiect V01 · V01

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr x din mulțimea $A=\{-2,-1,0,1,2\}$, acesta să fie soluție a ecuației $x^2-3x+2=0$.
5p	**5.** Determinaţi numerele reale a şi b, pentru care $\vec{u}=3\vec{v}$, unde $\vec{u}=a\vec{i}+6\vec{j}$ și $\vec{v}=2\vec{i}+b\vec{j}$.

Soluție (barem):

Mulțimea A are 5 elemente, deci sunt 5 cazuri posibile 2p 2 3 2 0 1 x x x − + = ⇔ = sau 2x = , care sunt elemente ale mulțimii A , deci avem 2 cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 2 nr. cazuri posibile 5 p = = 1p

239. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2020 · Speciala Subiect V01 · V01

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

soluție a ecuației $x^2-5x+2=0$.

5p **5.** Determinaţi numerele reale a şi b, pentru care $\vec{u}=3\vec{v}$, unde $\vec{u}=a\vec{i}+6\vec{j}$ şi $\vec{v}=2\vec{i}+b\vec{j}$.

5p **6.** Se consideră expresia $E(x)=\sin^2 x-\cos^2 x+\sqrt{2}(\sin x+\cos x)-2$, unde x este nu

Soluție (barem):

3 6 6 3 u v ai j i b j = ⇔ + = + 3p 6a = , 2b = 2p

240. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2020 · Speciala Subiect V01 · V01

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

6. Se consideră expresia $E(x)=\sin^2 x-\cos^2 x+\sqrt{2}(\sin x+\cos x)-2$, unde x este număr real. Arătaţi că $E\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$.

[ECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Soluție (barem):

2 2 1 1 2 2 sin cos 2 sin cos 2 2 2 4 4 4 4 4 2 2 2 2 E π π π π π = − + + − = − + + − = 3p 2 2 2 2 0 2= · − = 2p

241. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

5p	**1.** Determinați suma primilor trei termeni ai progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că primul termen este $b_1 = 2$ și rația este $q = 3$.

242. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

5p	**1.** Determinați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_2 = 2$.

243. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

5p **1.** Determinaţi al treilea termen al progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că $b_1 = 1$ și $b_2 = 2$.

Soluție (barem):

Rația progresiei geometrice 1n nb este 2q 3p 2 3 1 2 4b 2p 2. 3 1 7 2xx 2p Cum x este număr natural, obținem 0x sau 1x 3p 3. 22 82xx 2p 1x , care convine 3p 4. 2 4 4! 2! 2!C 3p 6 2p 5. 1ABm , 1CDma , unde a este număr real 2p 1 1 0AB CDm m a a 3p 6. 1 10cos 2 ABB BC BC 3p 20BC 2p

244. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

5p	**1.** Determinați termenul b_7 al progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că $b_5 = 3$ și $b_6 = 6$.

245. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

5p	**1.** Arătați că $(0,2\cdot 10-1)(0,2\cdot 10+1)=3$.

246. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

5p	**1.** Determinaţi suma primilor cinci termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1=5$ și rația $r=2$.

247. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

5p	**1.** Determinaţi suma primilor cinci termeni ai progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că $b_1=1$ și $b_2=2$.

Soluție (barem):

Rația progresiei geometrice 1n nb este 2q 2p 55 1 5 1 1 2 1 311 2 1 bq S q 3p 2. 20 3 11 6 0f x x x 2p 49 , deci 2 ,33x 3p 3. 1 1 1lg 17 7 10 xx xx 3p 1 3x , care convine 2p 4. 21 6 12 02 nnn n n 3p Cum n este număr natural, 2n , obținem 3n 2p 5. 222 1, 2 1 4A a a d a a 2p 2 2 3 0aa , deci 1a sau 3a 3p 6. 2 2 12cos2 1 2sin 1 2 13xx 2p 144 11912 169 169 3p

248. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

5p	**1.** Arătați că $\left(\log_2 63-\log_2 7\right)\cdot\dfrac{1}{\log_2 3}=2$.

249. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

5p	**1.** Comparați numerele $\log_2 16$ și $\sqrt[3]{125}$.

250. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

5p **1.** Determinați numărul real a, $a>1$, pentru care numerele $a-1$, 3 și $a+7$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.

251. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

5p	**1.** Arătați că $\log_2\left(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1\right)=-\log_2\left(\sqrt[3]{2}-1\right)$.

252. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

5p	**1.** Determinaţi termenul a_2 al unei progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1+2a_2+a_3=4$.

253. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test13

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test13.pdf

5p	**1.** Arătați că modulul numărului complex $z=\dfrac{1+2i}{1-2i}$ este egal cu 1.

254. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test14

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test14.pdf

5p	**1.** Arătați că numerele $\sqrt{11}-\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$ și $\sqrt{11}+\sqrt{5}$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.

255. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test15

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test15.pdf

5p	**1.** Arătați că $(2+3i)^2 = i(5i+12)$, unde $i^2 = -1$.

256. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test16

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test16.pdf

5p | **1.** Determinați partea întreagă a numărului $2+3\sqrt{5}$.

257. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test17

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test17.pdf

5p	**1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu $a_1=1-3\sqrt{3}$ și rația $r=\sqrt{3}$. Arătați că partea fracționară a lui a_5 este egală cu $\sqrt{3}-1$.

258. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test18

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test18.pdf

5p	**1.** Arătați că diferența numerelor $5+2\sqrt{3}$ și $\left(1+\sqrt{3}\right)^2$ este număr întreg.

259. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test19

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test19.pdf

5p **1.** Determinați numerele raționale a și b, știind că $\frac{1}{\sqrt{2}-1}+\frac{1}{3+\sqrt{8}}=a+b\sqrt{2}$.

260. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test20

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test20.pdf

5p	**1.** Se consideră a un număr real. Arătați că numărul $z=(a+2i)^2+(a-2i)^2$ este real, unde $i^2=-1$.

261. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+2$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x-4$. Calculați suma dintre abscisele punctelor de intersecție a graficelor celor două funcții.

262. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

5p **2.** Determinați numărul real a pentru care punctul $A\left(a,a^2\right)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f\left(x\right)=4x-4$.

263. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+1$. Determinaţi numerele naturale x, pentru care $f(x)<7$.

264. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-20$. Determinați numerele reale a, știind că $f(a)=a$.

265. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2$. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $f(x)=x$.

266. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

5p **2.** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui a pentru care ecuația $x^2-ax+a-1=0$ are soluții reale distincte.

267. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^2-11x+6$. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care punctele $A\left(x,f(x)\right)$ sunt situate sub axa Ox.

268. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

5p **2.** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui m pentru care ecuația $x^2+mx-m=0$ **nu** are soluții reale.

269. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+(a+2)x+2a+1$, unde a este număr real. Determinaţi numerele reale a pentru care graficul funcției f este tangent axei Ox.

270. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

5p **2.** Determinați suma absciselor punctelor de intersecție a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-6$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=-x-3$.

271. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+a$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, astfel încât $f(x)+f(-x)=2020$, pentru orice număr real x.

272. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+x+6$. Arătați că numărul $f(3)\cdot f\left(\frac{1}{3}\right)$ este natural.

273. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test13

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test13.pdf

5p | **2.** Arătați că funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\left(\sqrt{2}+1\right)^x+\left(\sqrt{2}-1\right)^x$ este pară.

274. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test14

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test14.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:(-1,1)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln\dfrac{1+x}{1-x}$. Demonstrați că funcția f este impară.

275. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test15

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test15.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+a$. Determinați numărul real a, astfel încât $(f\circ f)(x)=f(x+1)$, pentru orice număr real x.

276. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test16

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test16.pdf

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4x+5$, $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2-x$ și $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $h(x)=2+x$. Arătați că $(f\circ g)(x)=(f\circ h)(x)$, pentru orice număr real x.

277. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test17

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test17.pdf

5p **2.** Se consideră $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x^2+1}$. Arătați că numărul $f(-2)\cdot f(-1)\cdot f(0)\cdot f(1)\cdot f(2)$ este natural.

278. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test18

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test18.pdf

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x^2+2x$. Determinați numerele reale m, pentru care $f(m)=g(m)$.

279. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test19

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test19.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+2}{x^2+1}$. Arătați că $f(2020)+f\left(\dfrac{1}{2020}\right)=3$.

280. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test20

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test20.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-\dfrac{2x}{x^2+1}$. Arătați că $f(x)\leq 1$, pentru orice număr real x.

281. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

5p | **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\sqrt{x}=3-x$.

282. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

5p | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2-5x+7}=x-1$.

283. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

5p | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+8}=x+2$.

284. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

5p | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^x = \frac{1}{5^{3x}}$.

285. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

5p | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2\sqrt{6-x}=\sqrt{x+14}$.

286. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

5p | **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3-\sqrt[3]{x^2+x+2}=1$.

287. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(1-x)-\lg(7-x)=-1$.

288. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x^2-20}=\frac{1}{81}$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea

289. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{x^2-x-2}=5^{3x-5}$.

290. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

5p | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x+2}-3^{x}-8=0$.

291. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

5p | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^x + 3^{1-x} = 4$.

292. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(4-x)=3-\log_5(24-x)$.

293. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test13

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test13.pdf

5p | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+2}=x$.

294. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test14

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test14.pdf

5p | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^x + 2^x = \frac{3}{4}$.

295. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test15

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test15.pdf

5p | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5\cdot 2^{x+1}\cdot 3^{x}=12\cdot 5^{x}$.

296. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test16

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test16.pdf

5p | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+3}+\sqrt{3-x}=2\sqrt{3}$.

297. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test17

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test17.pdf

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(5x-1)=2\log_3(x+1)$.

298. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test18

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test18.pdf

5p | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+5x+1}=\sqrt{2x+5}$.

299. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test19

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test19.pdf

5p | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^x - 4^{\frac{2x+3}{2}} = -7$.

300. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test20

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test20.pdf

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{\frac{x+1}{2}} = 2 \cdot 2^x$.

301. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\left\{\sqrt{1},\sqrt{2},\sqrt{3},\ldots,\sqrt{50}\right\}$, acesta să **nu** fie număr natural.

Soluție (barem):

Mulțimea A are 50 de elemente, deci sunt 50 de cazuri posibile 1pÎn mulțimea A sunt 7 numere naturale, deci sunt 50 7 43 de cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 43 nr. cazuri posibile 50p 2p

302. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 10.

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile 2pÎn mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 9 numere divizibile cu 10 , deci sunt 9 cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 9 1 nr. cazuri posibile 90 10p 1p 5. 5 33 m 3p 5m 2p 6. 22 2 2 2sin cos sin cos sin 2sin cos cos sin 2sin cos cosx x x x x x x x x x 2p 222 sin cos 2 1 2xx , pentru orice număr real x 3p

303. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

5p **4.** Determinaţi numărul submulțimilor cu două elemente ale mulțimii $\{0,1,2,3\}$.

304. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

5p **4.** Determinaţi câte numere naturale impare, de două cifre distincte, au cifrele elemente ale mulțimii $\{1,2,3,4,5,6\}$.

Soluție (barem):

Cifra unităților se poate alegeîn 3 moduri 2p Pentru fiecare alegere a cifre i unităților, cifra zecilor se poate alegeîn câte 5 moduri, deci sunt 5 3 15 numere impare de două cifre distin cte, cu cifre le elemente ale mulțimii 1,2,3,4,5,6 3p 5. AO BO COși O AC , deci ABC este dreptunghicîn B 2p Coordonatele ortocentrului triunghiului ABC sunt 0x , 1y 3p 6. tg 3xși 0, 23xx 2p 21cos2 cos 32x 3p

305. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor cu 2 mai mică decât cifra unităților.

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de e lemente, deci sunt 90 de cazuri posibile 1pÎn mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 7 numere care au cifra zecilor cu 2 mai mică decât cifra unităților, deci sunt 7 cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 7 nr. cazuri posibile 90p 2p 5. 22u v a i a j 3p 2a 2p 6. Cum 22sin cos 1xxși 0, 2x , obținem 234cos 1 55x 3p sin 3 5 3tg cos 5 4 4 xx x 2p

306. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

5p | **4.** Calculaţi $2C_4^3 - 3A_4^2$.

307. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

5p **4.** Determinați numărul natural n, $n \geq 2$, pentru care $C_n^1 + C_n^2 = 6$.

308. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice inegalitatea $n! \leq n(n-1)$.

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale de o cifră are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile 2p ! 1 2n n n n sau 3n , deci sunt 2 cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 2 1 nr. cazuri posibile 10 5p 1p 5. 44AB i jși OC ai b j , unde ,C a b , deci 44ai b j i j 3p 4a , 4b 2p

309. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

5p **4.** Demonstrați că numerele C_4^1, A_4^2 și A_5^2 sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

310. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A=\{2,3,4,5,6,7,8,9\}$, acesta să verifice inegalitatea $C_n^2 \leq 3C_n^1$.

Soluție (barem):

Mulțimea A are 8 elemente, deci sunt 8 cazuri posibile 2p 1 3 7 02 nn n n nși, cum nA , obținem 2,3,4,5,6,7n , deci sunt 6 cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 6 3 nr. cazuri posibile 8 4p 1p 5. 24 2 8 022 m mmm 2p 2m sau 4m , care convin 3p 6. 1cos 2Ași 2 2 2 2 cosBC AB AC AB AC A , deci 21BC 3p 9 21ABCP AB BC AC 2p

311. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie cuprins între $\sqrt{122}$ și $\sqrt{170}$.

Soluție (barem):

Mulțimea nume relor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile 2p Numerele naturale cuprinseîntre 122 și 170 sunt 12 și 13 , deci sunt 2 cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 2 1 nr. cazuri posibile 90 45p 1p 5. 2 3 2 0AB BD DA AB BD DA BD DA BD DA DA BA DA 3p AB AD AC CA 2p 6. Considerăm ABC cu 2AB , 3ACși 2 2 22 3 4 14 cos 2 2 3 4BC A 3p cos 0A , deci unghiul A este obtuz 2p

312. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

5p **4.** Determinați numărul de elemente ale unei mulțimi care are exact 45 submulțimi cu două elemente.

Soluție (barem):

Mulțimea are $2 1 2n nnC$ submulțimi cu două elemente, unde n este numărul de elemente ale mulțimii, n , $2n$, deci $1 452 nn$, de unde obținem $2 90 0nn$ 3p Cum n este număr natural, $2n$, obținem $10n$ 2p 5. $14u v a i j$, $3 3 3v i j$ 2p Vectorii $uvși$ $3v$ sunt coliniari, deci $14 33 a$, de unde obținem $3a$ 3p

313. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test13

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test13.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă ambele cifre divizibile cu 3.

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale d e două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile 2p Numerele naturale de două cifre care au ambele cifre divizibile cu 3 sunt ab cu 3,6,9așI 0,3,6,9b , deci sunt 12 cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 12 2 nr. cazuri posibile 90 15p 1p

314. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test14

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test14.pdf

5p **4.** Determinați numărul de submulțimi ordonate cu 3 elemente ale mulțimii $\{1,3,5,7\}$.

Soluție (barem):

Numărul de submulțimi ordonate cu 3 elemente ale mulțimii 1,3,5,7 este 3 4A 3p 4! 4! 244 3 ! 2p 5. 1BCmși, cum AD BC , obținem 1ADm 3p Ecuația dreptei AD este 21yx , deci 1yx 2p 6. sin sin AB AC CB , deci sin 1 sin 2 B AC C AB 3p sin 2sinCB 2p

315. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test15

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test15.pdf

5p **4.** Determinați numărul funcțiilor $f:\{1,2,3\}\to\{1,2,3,4\}$, care au proprietatea $f(1)\geq 3$.

316. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test16

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test16.pdf

5p **4.** Se consideră mulțimea $A=\{1,2,3,\ldots,30\}$. Determinați numărul de elemente ale mulțimii A care sunt divizibile cu 2 sau cu 3.

Soluție (barem):

În mulțimea A sunt 15 numere divizibile cu 2 și 10 numere divizibile cu 3 2p Cumîn mulțimea A sunt 5 numere care sunt divizibileși cu 2 și cu 3, obținem căîn mulțimea A sunt 15 10 5 20 de numere care sunt divizibile cu 2 sau cu 3 3p 5. 3 2 3 2 1 1 544 3 4 3 2 12MG MA AG BA AD AB AB AC AB AC , unde D este mijlocul segmentului BC 3p 2 3 1 3 1 12 543 5 3 5 15 15GN GA AN AD AC AB AC AC AB AC MG , deci MGși GN sunt coliniari, de unde obținem că punctele M , Nși G sunt coliniare 2p 6. 2sin BC RAși, cum 1 2R , obținem sinBC A 3p 2 2 2cos 1 sin 1A A BC 2p

317. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test17

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test17.pdf

5p **4.** Determinați numărul de mulțimi X cu proprietatea $\{1,2,3\} \subset X \subset \{1,2,3,4,5\}$.

318. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test18

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test18.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr a din mulțimea $A=\{-2,-1,1,2,3\}$, acesta să verifice inegalitatea $|a+1|\geq 2$.

Soluție (barem):

Mulțimea A are 5 elemente, deci sunt 5 cazuri posibile 2p Numerele a din mulțimea A care verifică inegalitatea 12a sunt 1 , 2 și 3 , deci sunt 3 cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 3 nr. cazuri posibile 5p 1p 5. 0MA MD , 0BN CN 2p MN MA AB BN , MN MD DC CN , deci 2MN AB DC 3p 6. 2sin sin BC AC RABși, cum 1R , obținem 2sinBC Și 2sinAC B 3p 4sin sin 2sin 2sinA B B A AC BC 2p

319. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test19

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test19.pdf

5p **4.** Determinați numărul de funcții $f:\{1,2,3\}\to\{0,1,2\}$ cu proprietatea că $f(1)\cdot f(2)\cdot f(3)=0$.

Soluție (barem):

Sunt 33 27 de funcții : 1,2,3 0,1,2f 2p Deoarece numărul funcțiilor : 1,2,3 0,1,2f pentru care 1 2 3 0f f f este egal cu 328 , obținem că numărul de funcții : 1,2,3 0,1,2f cu proprietatea că 1 2 3 0f f f este egal cu 27 8 19 3p 5. AD BCAD BC m m , deci 1ADm 3p Ecuația dreptei AD este 3 1 1yx , deci 4yx 2p 6. tg 2 1xși ,2x , deci 72 4x 3p 7 8x 2p

320. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test20

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test20.pdf

5p **4.** Determinați numărul funcțiilor $f:\{1,2,3\}\to\{1,2,3,4\}$ care sunt strict crescătoare.

Soluție (barem):

Numărul funcțiilor : 1,2,3 1,2,3,4f care sunt strict crescătoare este egal cu 3 4C 3p 4! 43! 4 3 ! 2p

321. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(-2,1)$ și $C(-2,5)$. Determinați ecuația medianei din A a triunghiului ABC.

Soluție (barem):

Punctul 2,3M este mijlocul laturii BC 2p Ecuația medianei din A este 3y 3p 6. 2 2 2 2 2 24sin 4sin cos cos 4cos sin 4cos 4 4 sin cos cos 4x x x x x x x x x 3p 2cos 0x , de unde obținem 2x 2p

322. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

5p | **5.** Determinaţi numărul real m, pentru care vectorii $\vec{u}=m\vec{i}+5\vec{j}$ și $\vec{v}=3\vec{i}+3\vec{j}$ sunt coliniari.

323. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(4,4)$, $C(1,a)$ și $D(2,1)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, pentru care dreptele AB și CD sunt paralele.

324. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,0)$, $B(0,1)$ şi $C(1,0)$. Determinaţi coordonatele ortocentrului triunghiului ABC.

325. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

5p | **5.** Determinaţi numărul real a, pentru care $\vec{u}+\vec{v}=\vec{0}$, unde $\vec{u}=a\vec{i}+(a-1)\vec{j}$ și $\vec{v}=2\vec{i}+3\vec{j}$.

326. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

5p **5.** Se consideră vectorii $\vec{u}=\vec{i}+a\vec{j}$ și $\vec{v}=2\vec{i}+\left(a^2+1\right)\vec{j}$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care vectorii $\vec{u}$ și $\vec{v}$ sunt coliniari.

327. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A\left(2a-1,a^2\right)$, unde a este număr real. Determinați numerele reale a pentru care punctul A aparține dreptei d de ecuație $y=x+4$.

328. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-4,0)$, $B(0,4)$ și $O(0,0)$. Determinați coordonatele punctului C, știind că $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OC}$.

329. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,1)$, $B(1,a)$ și $C(4,2a+1)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, pentru care punctele A, B și C sunt coliniare.

330. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

5p **5.** Determinați numerele reale m, $m \neq 2$, pentru care vectorii $\vec{u} = 4\vec{i} + m\vec{j}$ și $\vec{v} = (m-2)\vec{i} + 2\vec{j}$ sunt coliniari.

331. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

5p | **5.** Se consideră paralelogramul $ABCD$. Arătați că $\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BD}+3\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{CA}$.

332. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

5p **5.** Se consideră vectorii $\vec{u} = a\vec{i} + 3\vec{j}$ și $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j}$. Determinați numărul real a, știind că vectorii $\vec{u} - \vec{v}$ și $3\vec{v}$ sunt coliniari.

333. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test13

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test13.pdf

5p **5.** În triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC$, ecuația mediatoarei laturii AC este $y = 3x + 1$ și ecuația perpendicularei din A pe BC este $2y = x + 7$. Determinați coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului ABC.

Soluție (barem):

Perpendiculara din A pe BC esteși mediatoarea lui BC , deci coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului ABC sunt soluțiile sistemului 31 27 yx yx 3p 1x , 4y 2p 6. cos cos xx , sin sin xx 2p sin cos sin cos 1 2sin cos 1 sin 2 1x x x x x x xși, cum 0, 2x , obținem 4x 3p

334. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test14

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test14.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,-2)$, $B(0,3)$ și $C(-1,2)$. Determinați ecuația dreptei AD, știind că $ABCD$ este paralelogram.

335. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test15

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test15.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy, se consideră rombul $ABCD$ cu $A(-1,3)$ și $C(-2,4)$. Determinați panta dreptei BD.

336. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test16

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test16.pdf

5p **5.** Se consideră triunghiul ABC, punctul G, centrul său de greutate și punctele M și N astfel încât $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BA}$ și $\overrightarrow{CN}=\frac{2}{5}\overrightarrow{CA}$. Arătați că punctele M, N și G sunt coliniare.

337. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test17

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test17.pdf

5p **5.** Se consideră vectorii $\vec{u}=a\vec{i}+3\vec{j}$ și $\vec{v}=2\vec{i}+b\vec{j}$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b, știind că $2\vec{u}+3\vec{v}=\vec{0}$.

338. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test18

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test18.pdf

5p **5.** Se consideră A, B, C și D patru puncte coplanare, M mijlocul segmentului AD și N mijlocul segmentului BC. Arătați că $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$.

339. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test19

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test19.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră paralelogramul $ABCD$ cu $A(-1,3)$, $B(3,5)$ și $C(-4,-2)$. Determinați ecuația dreptei AD.

340. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test20

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test20.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreptele de ecuații $ax+y-5=0$, unde a este număr real și $x-4y+3=0$. Determinați numărul real a pentru care cele două drepte sunt paralele.

Soluție (barem):

Dreapta de ecuație 50ax y are panta egală cu a 2p Dreapta de ecuație 4 3 0xy are panta egală cu 1 4 , deci 1 4a 3p 6. 223tg 2 3 tg 2 3tg 3 0 tg 3 0tgx x x xx 3p tg 3xși 0, 2x , deci 3x 2p

341. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

5p | **6.** Determinați $x \in (0, \pi)$, știind că $(2\sin x + \cos x)^2 - 4\cos x(\sin x - \cos x) = 4$.

342. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

5p | **6**. Arătaţi că $(\sin x-\cos x)^2+(\sin x+\cos x)^2=2$, pentru orice număr real x.

343. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

5p **6**. Calculaţi lungimea ipotenuzei BC a triunghiului dreptunghic ABC, în care $AB=10$ și $\cos B=\frac{1}{2}$.

344. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

5p | **6.** Calculaţi $\cos 2x$, știind că $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$ și $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

345. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

5p | **6.** Arătaţi că $\operatorname{tg} x = \frac{3}{4}$, știind că $\sin x = \frac{3}{5}$ și $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

346. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

5p **6.** Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC cu $AB=8$, $BC=8$ și aria egală cu 16. Determinați măsura unghiului B.

347. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

5p | **6.** Determinați $\cos 2x$, știind că x este număr real și $\sin x = \frac{12}{13}$.

348. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

5p | **6**. Determinați numărul real a, $a>1$, știind că $a-1$, $2a$ și $2a+1$ sunt lungimile laturilor unui triunghi dreptunghic.

Soluție (barem):

Cum triunghiul este dreptunghic, 2 1 1aași 2 2 22 1 2 2 1 2 1a a a a a , deci 2 60aa 2p Cum a este număr real, 1a , obținem 6a 3p

349. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

5p | **6.** Determinați raza cercului circumscris triunghiului MNP, știind că $MN=16$ și $m(\sphericalangle P)=30^\circ$.

350. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

5p **6.** Determinați perimetrul triunghiului ABC, știind că $AB=5$, $AC=4$ și $m(\sphericalangle A)=60^\circ$.

351. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

5p | **6.** Lungimile laturilor unui triunghi sunt egale cu 2, 3 și 4. Arătați că triunghiul este obtuzunghic.

352. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

5p **6.** Un triunghi dreptunghic are catetele de lungime 6, respectiv 8. Determinați raza cercului înscris în acest triunghi.

Soluție (barem):

Triunghiul are ipotenuza egală cu 10 și aria $68\ 242S\ 2p\ \ 24\ 212\ Sr\ p\ \ 3p$

353. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test13

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test13.pdf

5p | **6.** Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, știind că $\sin x \cos(\pi - x) - \sin(\pi - x)\cos x = -1$.

354. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test14

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test14.pdf

5p | **6.** Triunghiul ABC are $AB=10$ și $AC=5$. Arătați că $\sin C=2\sin B$.

355. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test15

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test15.pdf

5p **6.** Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, astfel încât $\cos 2x \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin 2x \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$.

356. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test16

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test16.pdf

5p | **6.** Arătaţi că, dacă triunghiul ABC este înscris într-un cerc de rază $\frac{1}{2}$, atunci $\cos^2 A = 1 - BC^2$.

357. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test17

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test17.pdf

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic isoscel, cu ipotenuza $BC=8\sqrt{2}$. Arătați că raza cercului înscris în ΔABC este egală cu $4\left(2-\sqrt{2}\right)$.

358. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test18

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test18.pdf

5p **6**. Triunghiul ABC este înscris într-un cerc de rază 1. Arătați că $4\sin A\cdot\sin B=AC\cdot BC$.

359. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test19

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test19.pdf

5p | **6.** Determinați $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, știind că $\operatorname{tg} 2x = -1$.

360. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test20

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test20.pdf

5p | **6.** Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, astfel încât $\operatorname{tg} x + 3\operatorname{ctg} x = 2\sqrt{3}$.

361. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Toamna August · V03

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

5p	**1.** Determinaţi primul termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_2 = 3$ și $a_3 = 5$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 1$. Determinaţi numărul natural n p

Soluție (barem):

3 2 2r a a = − = 3p 1 2 1a a r = − = 2p

362. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Toamna August · V03

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-1$. Determinaţi numărul natural n pentru care $f(n)=3$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2-9}=x-1$.

Soluție (barem):

( ) 2 1f n n = − , deci 2 2 1 3 4 0 n n − = ⇒ − = 3p Cum n este număr natural, obținem 2n = 2p

363. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2020 · Toamna August · V03

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2-9}=x-1$.
5p	**4.** Determinaţi numărul de submulțimi cu trei elemente ale mulțimi

Soluție (barem):

( ) 22 9 1 2 10 x x x – = – ⇒ = 3p 5x = , care convine 2p

364. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2020 · Toamna August · V03

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

5p	**4.** Determinaţi numărul de submulțimi cu trei elemente ale mulțimii $\{1,2,3,4\}$.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(1,1)$, $N(3,3)$, $P(4,3)$ și

Soluție (barem):

Numărul de submulțimi cu trei elemente ale mulțimii { }1,2,3,4 este egal cu 3 4 4! 3! 1! C = = · 3p 4= 2p

365. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2020 · Toamna August · V03

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(1,1)$, $N(3,3)$, $P(4,3)$ și $Q(1,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, pentru care patrulaterul $MNPQ$ este trapez cu bazele MN și PQ.
5p	**6.** Calculaţi lungimea ipotenuzei BC a triunghiului dreptunghic ABC, în care $AB=5$ și $\cos B=\frac{1}{2}$.

Soluție (barem):

1MN m = , 3 3PQ am −= 2p MN PQ , de unde obținem 3 3 0 MN PQ m m a a = ⇔ − = ⇔ = 3p

366. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2020 · Toamna August · V03

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

6. Calculaţi lungimea ipotenuzei BC a triunghiului dreptunghic ABC, în care $AB = 5$ și $\cos B = \frac{1}{2}$.

[ECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Soluție (barem):

1 5 cos 2 AB B BC BC = ⇔ = 3p 10 BC = 2p

367. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2020 · Vara Iunie · V06

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

5p	**1.** Se consideră o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu $a_1=2$ și rația $r=3$. Calculați a_3.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$. Determinați numerele reale

Soluție (barem):

3 1 2 2 2 3 a a r = + = + · = 3p 8= 2p

368. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Vara Iunie · V06

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$. Determinați numerele reale x pentru care $f(x^2)=9$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2x+2}-3^{2x}=8$.

Soluție (barem):

2 2 2 1 9 4 x x + = ⇔ = 3p 2x = – sau 2x = 2p

369. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2020 · Vara Iunie · V06

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2x+2}-3^{2x}=8$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=$ divizor al lui 100

Soluție (barem):

( ) 2 2 2 3 3 1 8 3 1 x x – = ⇔ = 3p 0x = 2p

370. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2020 · Vara Iunie · V06

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, acesta să fie divizor al lui 100.

5p **5.** Se consideră un punct P în planul paralelogramului $ABCD$. Arătați că $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PD}$.

Soluție (barem):

Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile 2p Divizorii din mulțimea A ai numărului 100 sunt 1, 2, 4 și 5 , deci sunt 4 cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 4 nr. cazuri posibile 9 p = = 1p

371. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2020 · Vara Iunie · V06

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

	divizor al lui 100.
5p	**5.** Se consideră un punct P în planul paralelogramului $ABCD$. Arătați că $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PD}$.
5p	**6.** Arătați că $\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=0$, pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

ABCD este paralelogramși pentru { }O AC BD = ∩ , obținem ( ) 1 2PO PA PC = + 3p ( ) 1 2PO PB PD = + , deci PA PC PB PD + = + 2p

372. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2020 · Vara Iunie · V06

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

6. Arătați că $\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=0$, pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

sin cos sin cos sin cos cos cos sin sin 4 4 4 4 4 4 4 x x x x x x π π π π π π – + + = – + – = 2p 2 2 2 2 sin cos cos sin 0 2 2 2 2 2 x x x x = – + – = , pentru orice număr real x 3p

373. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2021 · Model Oficial

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**1.** Arătați că numerele $\log_2 3$, $\log_2 6$ și $\log_2 12$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

374. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2021 · Model Oficial

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x+1$. Determinați numărul real x pentru care $f(x)=x$.

375. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2021 · Model Oficial

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $|2x-1|=2x+1$.

376. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2021 · Model Oficial

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor pară și cifra unităților impară.

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de e lemente, deci sunt 90 de cazuri posibile 2pÎn mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 4 5 20 de numere care au cifra zecilor parăși cifra unităților impară, deci sunt 20 de cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 20 2 nr. cazuri posibile 90 9p 1p 5. 1 82 a 3p 4a 2p 6. 3cos 6 3 2 12 AB ABB ABBC 3p 1 1 1 sin 6 3 12 18 32 2 2ABC AB BC B 2p

377. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2021 · Model Oficial

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **5.** Determinaţi numărul real a, pentru care vectorii $\vec{u}=a\vec{i}+\vec{j}$ și $\vec{v}=8\vec{i}+2\vec{j}$ sunt coliniari.

378. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2021 · Model Oficial

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **6**. În triunghiul ABC dreptunghic în A, $BC=12$ și $B=\frac{\pi}{6}$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $18\sqrt{3}$.

379. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Simulare Nationala

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p	**1.** Se consideră numărul complex $z=3+2i$. Arătați că $z+\frac{13}{z}=6$.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-5$ și $g:\mathbb{R}\to$

Soluție (barem):

( ) ( ) 2 13 3 2 13 3 2 13 13 3 2 3 2 3 2 3 2 13 9 4 i i z i i i z i i – – + = + + = + + = + + = + – 3p 3 2 3 2 6 i i = + + – = 2p

380. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Simulare Nationala

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-5$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x^2+x$. Determinați numărul real a pentru care $(f\circ g)(a)=(f\circ g)(-a)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{3x+5}=9\cdot 3^{x+1}$.

Soluție (barem):

( )( ) ( )( ) ( ) ( ) ( ) ( )3 5 3 5 f g a f g a g a g a g a g a = – ⇔ – = – – ⇔ = – 3p 2 2 0a a a a a + = – ⇔ = 2p

381. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2021 · Simulare Nationala

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{3x+5}=9\cdot 3^{x+1}$.

5p **4.** Se consideră A, o mulțime cu 4 elemente. Calculați probab

Soluție (barem):

3 5 2 1 3 5 3 3 3 3 3 3 x x x x + + + + = · ⇔ = 3p 3 5 3 1 x x x + = + ⇒ = – 2p

382. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2021 · Simulare Nationala

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **4.** Se consideră A, o mulțime cu 4 elemente. Calculați probabilitatea ca, alegând o mulțime din mulțimea submulțimilor lui A, aceasta să aibă un număr impar de elemente.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$, $B(3,5)$ și $C(0,6)$. Determinaţi ecuația

Soluție (barem):

Numărul submulțimilor lui A este egal cu 42 , deci sunt 16 cazuri posibile 2p Numărul submulțimilor lui A cu un număr impar de elemente este egal cu 1 3 4 4 8C C + = , deci sunt 8 cazuri favorabile 2p nr.cazuri favorabile 8 1 nr.cazuri posibile 16 2 p= = = 1p

383. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2021 · Simulare Nationala

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$, $B(3,5)$ și $C(0,6)$. Determinați ecuația dreptei d care trece prin punctul A și este paralelă cu mediana din vârful C a triunghiului ABC.

5p **6.** Calculați lungimea laturii BC a triunghiului ABC, știind că $AB=2$, $AC=2\sqrt{3}$ și $B=\frac{\pi}{3}$.

Soluție (barem):

( )2,4 M este mijlocul segmentului AB , deci 1CM m = − 2p 1dd CM m ⇒ = − /parallelto, deci ecuația dreptei d este ( )A d A y y m x x − = − , adică 4y x = − + 3p

384. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Simulare Nationala

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Calculați lungimea laturii BC a triunghiului ABC, știind că $AB=2$, $AC=2\sqrt{3}$ și $B=\frac{\pi}{3}$.

Soluție (barem):

2 2 2 2 12 cos 12 4 2 2 2AC AB BC AB BC B BC BC = + − · · ⇒ = + − · · · 3p 2 2 8 0 4 BC BC BC − − = ⇒ = 2p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) ( )( ) ( )( ) 2 1 2 0 4 det 0 0 1 2 1 2 4 0 1 2 x x A x a a x x ax x x + − = = + − + = − 3p ( ) 2 2 1 4 4 a x ax a = − + = , pentru orice număr real x 2p b) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) 2 1 2 0 4 0 0 0 1 2 x y x y A x A y a x y x y + + − + · = + − + , ( ) ( ) ( ) ( ) 1 2 0 4 0 0 0 1 2 x y x y A x y a x y x y + + − + + = + − + , pentru orice numere reale xși y 3p ( ) ( ) ( ) 2A x A y A x y a a · = + ⇒ = și, cum a un număr real nenul, obținem 1a= 2p c) ( ) ( ) ( ) 32 2 0 A A A I − · = = , deci ( )2A − este inversa matricei ( )2A 2p ( ) ( ) ( ) 3 0 4 2 3 1 0 1 0 1 0 1 X A A X A X − = − · ⇒ = ⇒ = − 3p 2.a) ( ) ( ) 0 2021 2021 2 2 0 2021 log 2 2 1 log 1 2 1 ∗ = + − = + − = 3p 2021 2log 2 2021 = = 2p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișsi Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_șt-nat Simulare Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, prof

385. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

5p	**1.** Arătați că numărul $a=3+4\sqrt{3}-\left(2+\sqrt{3}\right)^2$ este întreg.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f\left(x\right)=2x+3$ și

Soluție (barem):

( ) ( ) 2 3 4 3 2 3 3 4 3 7 4 3 a= + − + = + − + = 3p 3 4 3 7 4 3 4 = + − − = − , care este numărîntreg 2p

386. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

5p	**1.** Determinați modulul celui de-al cincilea termen al progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că $b_1=-1$ și $b_2=3$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-2x^2+7x+9$. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui

Soluție (barem):

Rația progresiei geometrice ( ) 1n nb ≥ este 3q= − 2p ( )( ) 44 5 1 1 3 81 b b q = = − − = − , deci 5 81 b = 3p

387. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

5p	**1.** Arătați că $\sqrt{10}-\sqrt{6}$, 2 și $\sqrt{10}+\sqrt{6}$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^{2021}}{x^2+1}$. Arătați că funcția f este impară.

Soluție (barem):

( )( ) 2 2 10 6 10 6 10 6 − + = − = 2p 210 6 4 2 = − = = , deci numerele date sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice 3p 2. ( ) ( ) ( ) 2021 2021 2 2 11 x xf x xx − −− = = = +− + 3p ( ) 2021 2 1 x f x x = − = − + , pentru orice x∈ ℝ, deci funcția f este impară 2p

388. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

5p	**1.** Determinați suma primilor șapte termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1=-5$ și rația $r=8$.

389. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

5p	**1.** Arătați că $\left(2-\lg 40\right)\cdot\dfrac{1}{\lg^2 5-\lg^2 2}=1$.
5p	**2.** Determinați valorile reale ale lui m pe

Soluție (barem):

( ) ( )( ) 1lg100 lg40 lg5 lg2 lg5 lg2 – · = – + 2p 100 1 5 1 lg lg 1 5 5 40 2 lg lg10 lg 2 2 = · = · = · 3p

390. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

5p **1.** Calculați media geometrică a numerelor $x=\log_6 8+\log_6 27$ și $y=\sqrt{2^2\cdot 3^3+6^2}$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x+a$, unde a este număr real. Det

Soluție (barem):

( )6log 8 27 3 x= · = , 144 12 y= = 2p Media geometrică a numerelor xși y este 3 12 6 xy = · = 3p

391. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

5p	**1.** Determinați termenul a_{2021} al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1=2$ și $a_3=8$.

392. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

5p **1.** Determinaţi suma primilor trei termeni ai progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că $b_2 = 2$ și $b_3 = 4$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 5x + 3$. Determinați produsul absciselor punctelor în

Soluție (barem):

2q= , unde q este rația progresiei geometrice ( ) 1n nb ≥ 2p 1 1b = , deci 1 2 3 7b b b + + = 3p

393. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

5p	**1.** Determinați al patrulea termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_3 = 5$ și $a_5 = 11$.

394. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

5p **1.** Arătați că, dacă $z_1 = 1 - 2i$ și $z_2 = 1 + \frac{1}{2}i$, unde $i^2 = -1$, atunci $z_1 + z_2 = z_1 z_2$.

5p **2.** Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + m$, unde m este număr real. Det

395. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

5p	**1.** Determinați al patrulea termen al progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că $b_2 = 6$ și $b_3 = 3$.

396. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

5p **1.** Determinați termenul b_8 al progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că $b_5 = 3$ și $b_6 = 6$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x - 3$. Arătați că $(f\circ f)(\sqrt{3}) = \sqrt{3}$.

Soluție (barem):

Rația progresiei geometrice este 6 5 2bq b= = 2p 2 8 6 6 4 24 b b q = = · = 3p

397. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+3$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=4x^2+2x$. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficelor funcțiilor f și g.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuația $2^{x^2+4x+2}=64\cdot 2^x$.

Soluție (barem):

( ) ( ) 2 2 32 3 4 2 4f a g a a a a a = ⇔ + = + ⇔ = 3p 3 2a= − sau 3 2a= 2p

398. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-2x^2+7x+9$. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $f(x)>0$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x-1)=\log_3(6-x)-2$.

Soluție (barem):

( )( )22 7 9 0 2 9 1 0 x x x x – + + > ⇔ – + < 2p 91,2x ∈ – 3p 3. 3 1 1 1 log 2 6 6 9 x x x x – – = – ⇒ = – – 3p 3 2x= , care convine 2p

399. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^{2021}}{x^2+1}$. Arătați că funcția f este impară.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x-3\cdot 2^{x+1}=16$.

400. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

5p **2.** Determinați valorile reale nenule ale lui a pentru care ecuația $ax^2 - x - a - 1 = 0$ are două soluții distincte în mulțimea numerelor reale.

401. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

5p **2.** Determinați valorile reale ale lui m pentru care soluția ecuației $2x-m^2+1=0$ este număr real strict mai mic decât 0.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x^2+x}=4^{2x}$.

Soluție (barem):

2 2 12 1 2 mx m x −= − ⇔ = 2p Soluția ecuației este un număr real strict mai mic decât 0 2 1 0 m⇔ − < , deci ( )1,1 m∈ − 3p

402. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x+a$, unde a este număr real. Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care graficul funcției f intersectează axa Ox în două puncte distincte.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuația $7^{2-x^2}=7^{2x-1}$.

Soluție (barem):

Graficul funcției f intersectează axa Oxîn două puncte distincte 0⇔Δ> , deci 4 4 0 a− > 3p ( ),1 a∈ −∞ 2p

403. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

5p **2.** Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-3$ cu dreapta d de ecuație $y=-x+3$.

404. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-5x+3$. Determinați produsul abscisele punctelor în care graficul funcţiei f intersectează axa Ox.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\sqrt{x+2}=1-x$.

Soluție (barem):

( ) 20 5 3 0 f x x x = ⇔ − + = 2p Cum 0Δ > , graficul funcției f intersectează axa Oxîn două puncte distincte pentru care produsul abscisele este egal cu 1 2 3 31x x = = 3p

405. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

5p **2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+1$. Determinaţi numărul real a știind că $f(a)=f(a+1)$.

406. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+m$, unde m este număr real. Determinați numărul real m, astfel încât $(f\circ f)(x)=2f(x-1)$, pentru orice număr real x.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{x+1}\cdot 2^{x}=50\cdot 7^{x-1}$.

Soluție (barem):

( )( ) ( )( ) ( )2 2 4 3 f f x f f x x m m x m = = + + = + ∘ , ( ) ( )( )2 1 2 2 1 4 4 2 f x x m x m − = − + = − + , pentru orice număr real x
3p 4 3 4 4 2 4 x m x m m + = − + ⇔ = − 2p

407. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+3x-4$. Determinați numerele reale a, pentru care $f(-a)+f(a)=0$.

408. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x-3$. Arătați că $(f\circ f)(\sqrt{3})=\sqrt{3}$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuația $2\lg x=\lg(5x+6)$.

Soluție (barem):

( )3 3 3 3 3 f = − − = − 2p ( )( ) ( )3 3 3 3 3 3 f f f = − = + − = 3p

409. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuația $2^{x^2+4x+2}=64\cdot 2^x$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr a din mulțimea $A=$

Soluție (barem):

2 4 2 6 2 2 2 2 2 4 2 6 3 4 0 x x x x x x x x + + = · ⇔ + + = + ⇔ + − = 3p 4x= − sau 1x= 2p

410. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x-1)=\log_3(6-x)-2$.

5p **4.** Determinați numărul natural n, $n\geq 2$, pentru care $C_n^{n-2}-A_n^1=5$.

411. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} = 16$.
5p	**4.** Determinați numărul de submulțimi cu 2 elemente ale mulțimii $\{$

Soluție (barem):

( )( ) 22 6 2 16 0 2 8 2 2 0 x x x x − · − = ⇔ − + = 3p Cum 2 0 x > , pentru orice număr real, obținem 2 8 x = , deci 3x= 2p

412. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

5p | **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3x-\sqrt[3]{x^3+x^2-9}=2x$.

413. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{x^2+x}=4^{2x}$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțime

Soluție (barem):

2 4 2 2 2 2 4 3 0 x x x x x x x x + = ⇔ + = ⇔ − = 3p 0x= sau 3x= 2p

414. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuația $7^{2-x^2}=7^{2x-1}$.
5p	**4.** Arătați că produsul numerelor A_5^2, C_6^2 și A_4^2 este pătratul unui

Soluție (barem):

2 2 2 2 1 2 3 0 x x x x – = – ⇔ + – = 3p 3x=– sau 1x= 2p

415. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

5p | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3^{x+2}}=27$.

416. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\sqrt{x+2}=1-x$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea num

Soluție (barem):

( ) ( ) 2 24 2 1 6 7 0 x x x x + = − ⇒ − − = 3p 1x= − , care convine; 7x= , care nu convine 2p

417. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

5p | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2-x+13}=x+1$.

418. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{x+1}\cdot 2^{x}=50\cdot 7^{x-1}$.
5p	**4.** Determinați numărul funcțiilor $f:\{0,2,4\}\to\{3,5,7,9\}$ cu proprieta

Soluție (barem):

1 1 1 1 5 5 2 50 7 5 2 10 7 10 7 x x x x x x x x – – – – · · = · ⇔ · = · ⇔ = 3p 1 0 x– = , deci 1x= 2p

419. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

5p | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuația $2^{x+1}=16\cdot 4^{-x}$.

420. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuația $2\lg x = \lg(5x+6)$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numere

Soluție (barem):

( )2 2 lg lg 5 6 5 6 0 x x x x = + ⇒ − − = 3p 1x= − , care nu convine; 6x= , care convine 2p

421. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr a din mulțimea $A=\{-2,-1,1,3,4\}$, acesta să verifice inegalitatea $\sqrt{a^2-2a+1}\geq 3$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră paralelogramul $MNPQ$ cu $M(2,3)$, $N(5,4)$ și $P(4,0)$.

Soluție (barem):

Mulțimea A are 5 elemente, deci sunt 5 cazuri posibile 2p Numerele a din mulțimea A care verifică inegalitatea 2 2 1 3 a a − + ≥ sunt 2− și 4, deci sunt 2 cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 2 nr. cazuri posibile 5 p= = 1p

422. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

5p	**4.** Determinați numărul natural n, $n \geq 2$, pentru care $C_n^{n-2} - A_n^1 = 5$.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(3, -1)$, numărul

Soluție (barem):

( ) 21 5 3 10 0 2 n n n n n − − = ⇔ − − = 3p Cum n este număr natural, 2n≥ , obținem 5n= 2p

423. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

5p	**4.** Determinați numărul de submulțimi cu 2 elemente ale mulțimii $\{0,2,4,6,8\}$.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,-2)$, $B(0,3)$ și C

Soluție (barem):

Numărul de submulțimi cu 2 elemente ale mulțimii { }0,2,4,6,8 este 2 5C = 3p 5! 10 2!3! = = · 2p

424. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

5p | **4.** Calculați $5A_3^2 - 3C_5^3$.

425. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice inegalitatea $(n+1)!-n!\leq n+2$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-6,6)$ și $B(0,2)$. Determinați coordonatele

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale de o cifră are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile 2p Numerele n din mulțimea numerelor naturale de o cifră care verifică inegalitatea ( )1 ! ! 2 n n n + − ≤ + sunt 0, 1 și 2, deci sunt 3 cazuri favorabile 2p nr.cazuri favorabile 3 nr.cazuri posibile 10 p= = 1p

426. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

5p **4.** Arătați că produsul numerelor A_5^2, C_6^2 și A_4^2 este pătratul unui număr natural.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,\ a+1)$, $B(2,-3)$ și C

Soluție (barem):

2 5 4 5 A = · , 2 6 3 5 C = · și 2 4 3 4 A = · 3p 2 2 2 2 2 2 2 5 6 4 4 3 5 60 A C A · · = · · = 2p

427. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, acesta să fie divizor al numărului 48.

428. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă toate cifrele pare.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$, $B(-1,0)$ şi $C(a,a+2)$, unde a este

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale de trei cifre are 900 de elemente, deci sunt 900 de cazuri posibile 2p Cifra sutelor poate fi aleasăîn 4 moduri, iar pentru fiecare alegere a cifrei sutelor, cifrele zecilorşi unităților se pot alegeîn câte 5 moduri, deci există 4 5 5 100 · · = de cazuri favorabile 2p nr.cazuri favorabile 100 1 nr.cazuri posibile 900 9 p= = = 1p

429. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele strict mai mici decât 3 .

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile 2p Cifra zecilor poate fi aleasăîn 2 moduri, iar pentru fiecare alegere a cifrei zecilor , cifra unităților se poate alegeîn câte 3 moduri, deci sunt 2 3 6 = cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 6 1 nr. cazuri posibile 90 15p = = = 1p 5. 1ABm = și 3OC am = , unde a este număr real 2p 11 3AB OC aOC AB m m⊥ = − = − , de unde obținem 3a =− 3p 6. cos cos cos cos sin sin cos cos sin sin3 3 3 3 3 3x x x x x x + + − = − + + = 2p 12cos cos 2 cos cos32x x x = = = , pentru orice număr real x 3p

430. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

5p **4.** Determinați numărul funcțiilor $f:\{0,2,4\}\to\{3,5,7,9\}$ cu proprietatea $f(2)\leq 8$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy, se consideră punctele $A(-2,4)$, $B(2,0)$ și C astfel

Soluție (barem):

( )2f poate fi aleasăîn trei moduriși, pentru fiecare alegere a lui ( )2f , numerele ( )0fși ( )4f pot fi aleseîn câte patru moduri 3p
Există 3 4 4 48 · · = de funcții { } { }: 0,2,4 3,5,7,9 f → cu proprietatea ( )2 8 f ≤ 2p

431. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra unităţilor egală cu dublul cifrei zecilor.

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile 2p Numerele naturale de două cifre care au cifra unităților egală cu dublul cifrei zecilor sunt 12 , 24 , 36 și 48 , deci sunt 4 cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 4 2 nr. cazuri posibile 90 45p = = = 1p 5. ( )3,1M este mijlocul segmentului AB 2p M OC C OMși, cum d reapta OM are ecuația 30xy−= , obținem ( )3 3 0aa− + = , deci 9 2a =− 3p 6. sin cos 2xx += , cos sin 2xx + = − , pentru orice număr real x 2p ( ) 22 2 2 2sin cos cos sin cos sin cos 222x x x x x x + − + = − − = − = , pentru orice număr real x 3p

432. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă cifra sutelor egală cu cifra unităţilor.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3)$, $B(-1,-2)$ și $C(a,-2)$, unde a este număr

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale de trei cifre are 900 de elemente, deci sunt 900 de cazuri posibile 2p Cifra sutelor, egală cu cifra unităților, poate fi aleasăîn 9 moduri, iar, pentru fiecare alegere a cifrei sutelor, cifra zecilor poate fi aleasăîn câte 10 moduri, deci sunt 90 de cazuri favorabile 2p nr.cazuri favorabile 90 1 nr.cazuri posibile 900 10 p= = = 1p

433. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră paralelogramul $MNPQ$ cu $M(2,3)$, $N(5,4)$ și $P(4,0)$. Determinați ecuația dreptei MQ.

5p **6.** Triunghiul ABC este înscris într-un cerc de rază 5. Arătați că $\sin A \cdot \sin B \cdot \sin C = \dfrac{AB \cdot AC \cdot BC}{1000}$.

Soluție (barem):

MQ NP MQ NP m m ⇒ = /parallelto, deci 4MQ m = 3p Ecuația dreptei MQ este ( )3 4 2 y x − = − , deci 4 5 y x = − 2p

434. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(3,-1)$, numărul real m și dreapta d de ecuație $y=(m-1)x-2m$. Determinați numărul real m pentru care distanța de la punctul A la dreapta d este egală cu 0.

5p **6.** Determinați $\cos(\pi-2x)$, știind că x este număr real și $\cos x=\frac{2}{3}$.

Soluție (barem):

Distanța de la punctul A la dreapta d este egală cu 0A d ⇒ ∈ 2p ( )1 1 3 2 2 m m m − = − · − ⇔ = 3p 6. ( ) 2 2 2cos 2 cos2 1 2cos 1 2 3x x x π − = − = − = − · = 3p 4 1 1 2 9 9 = − · = 2p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( ) ( ) 3 1 1 3 1 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 2 1 2 det 2 1 A A − − = − − = − ⇒ = − 2p 6 2 2 4 1 6 3 − + − + − = − = 3p b) ( ) ( ) ( ) 2 2 8 3 2 1 5 1 2 4 2 1 a B a A a A a a a a a a a a a a − − = · = − + + − − + − − + − + , pentru orice număr real a 2p Matricea ( )B a are două elemente egale cu 0 dacă 2a= − sau 1a= 3p c) Pentru 1a= , sistemul devine 3 1 3 2 2 x y z x y z x y z + − = − + = + − = și adunând primele două ecuații ale sistemului obținem 3 4 x y z x y z + − + − + = , deci 1x= 3p Adunând a douași a treia ecuație din sistem, obținem 52 5 3x y z x y z x − + + + − = ⇒ = , deci sistemul nu are soluții 2p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișsi Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_șt-nat Testul 2 Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul

435. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,-2)$, $B(0,3)$ și $C(-2,2)$. Determinați ecuația dreptei d care trece prin punctul C și este paralelă cu dreapta AB.
5p	**6.** Triunghiul ABC are măsura unghiului A de $30°$ și măsura unghiului B de $45°$. Arătați că

Soluție (barem):

5AB m = și, cum d AB /parallelto, obținem 5dm = 3p Ecuația dreptei d este ( )2 5 2 y x − = + , deci 5 12 y x = + 2p

436. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

5p **5.** Se consideră vectorii $\vec{a}=2\vec{i}+m\vec{j}$ și $\vec{b}=5\vec{i}-\left(m^2+1\right)\vec{j}$, unde m este număr real. Determinați numerele reale m pentru care vectorii $\vec{a}$ și $\vec{b}$ sunt coliniari.

437. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-6,6)$ și $B(0,2)$. Determinați coordonatele punctului C, știind că $\overrightarrow{AO}=2\overrightarrow{BC}$.
5p	**6.** Determinați numerele reale a, $a>-2$, știind că a^2+1 și $a+2$ sunt lungimile ipotenuzei,

Soluție (barem):

6 6 AO i j = − /combarrowextender/combarrowextender/combarrowextender /arrowrightnosp /arrowrightnosp /arrowrightnospși ( )2C C BC x i y j = + − /combarrowextender/combarrowextender/combarrowextender /arrowrightnosp /arrowrightnosp /arrowrightnosp , deci ( )6 6 2 2 2 C C i j x i y j − = + − /arrowrightnosp /arrowrightnosp /arrowrightnosp /arrowrightnosp 3p Coordonatele punctului C sunt 3Cx = , 1Cy = − 2p

438. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,\ a+1)$, $B(2,-3)$ și $C(3,\ 1-a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care punctele A, B și C sunt coliniare.

5p **6.** Determinați raza cercului înscris în triunghiul MNP, dreptunghic în N, știind că $MN=12$ și

Soluție (barem):

4 3AB am +=− , 4BC m a = − , unde a este număr real 2p A, Bși C sunt coliniare 4 3 12 AB BC m m a a ⇔ = ⇔ + = − , deci 8a= 3p

439. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

5p **5.** Se consideră vectorii $\vec{u}=2\vec{i}+m\vec{j}$ și $\vec{v}=(m-4)\vec{i}+2\vec{j}$, unde m este număr real. Determinați numărul real m pentru care $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$.

440. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$, $B(-1,0)$ şi $C(a,a+2)$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a pentru care vectorii $\overrightarrow{OC}$ și $\overrightarrow{AB}$ sunt coliniari.
5p	**6.** Arătaţi că $\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=\sin x$, pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

( )2OC ai a j= + + /combarrowextender/combarrowextender/combarrowextender /arrowrightnosp /arrowrightnosp /arrowrightnosp , 2 3 AB i j= − − /combarrowextender/combarrowextender/combarrowextender /arrowrightnosp /arrowrightnosp /arrowrightnosp 2p 2 42 3 a a a+= ⇔ = − − 3p

441. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,4)$, $B(-1,1)$ şi $C(3,a)$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a pentru care dreptele OC și AB sunt perpendiculare.

442. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy, se consideră punctele $A(-2,4)$, $B(2,0)$ și C astfel încât $AC = BC$. Determinați ecuația dreptei d, care trece prin punctul C și este perpendiculară pe dreapta AB.

5p **6.** Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ pentru care $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)\cos x = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)\sin x + 1$.

Soluție (barem):

1d AB m m · = − și, cum 1AB m = − , obținem 1dm = 2p AC BC d = ⇒ este mediatoarea segmentului ABși, cum ( )0,2 M este mijlocul segmentului AB , obținem că ecuația dreptei d este 2y x = + 3p 6. sin 2 cos cos 2 sin 1 sin 2 1 3 3 3 x x x x x x π π π + − + = ⇔ + − = 2p sin 1 3x π + = și, cum 0, 2x π ∈ , obținem 3 2 x π π + = , deci 6x π= 3p SUBIECTUL al IIvlea (30 de puncte) 1.a) ( )( ) 4 0 det 4 9 0 0 0 9 x x x xA x = = · − · = 3p 2 2 2 2 3 6 x x x = · = , pentru orice număr real x 2p b) ( ) 4 4 0 9 x x xA x B − · = , ( ) 4 9 0 9 x x xB A x − · = , pentru orice număr real x 3p 4 4 4 9 4 9 0 9 0 9 x x x x x x x x − − = ⇔ = , de unde obținem 0x= 2p c) Cum ( ) ( )1 1 A X X X X X A · = · = · , pentru ( )2 4 4 4 9 9 9 4 9 a b a b a b X c d c d c d = ∈ ⇒ = ℝM , deci 0b= și 0c= 3p Ministerul Educației Centrul Național de Politiciși Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_șt-nat Testul 10 Barem de evaluareși de n

443. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,5)$, $B(4,-3)$ și $C(a,a+3)$, unde a este un număr real. Determinați numărul real a pentru care dreapta OC trece prin mijlocul segmentului AB.

444. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3)$, $B(-1,-2)$ și $C(a,-2)$, unde a este număr real nenul, $a \neq -1$. Determinați numărul real a pentru care ortocentrul triunghiului ABC este O.

5p **6.** În triunghiul ABC, $AB = 6$, $AC = 3\sqrt{6}$ și $B = \frac{\pi}{2}$. Determinați măsura unghiului C.

Soluție (barem):

BC Ox /paralleltoși A Oy AO BC ∈ ⇒ ⊥ , deci O este ortocentrul triunghiului ABC OC AB ⇔ ⊥ 2p Cum 2 OC m a= − și 5AB m = , obținem că 2 5 1 a− · = − , deci 10 a= 3p

445. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

6. Triunghiul ABC este înscris într-un cerc de rază 5. Arătați că $\sin A \cdot \sin B \cdot \sin C = \dfrac{AB \cdot AC \cdot BC}{1000}$.

Soluție (barem):

2sin sin sin BC AC AB RA B C = = = și, cum 5R= , obținem sin 10 BC A= , sin 10 AC B= și sin 10 AB C = 3p sin sin sin 10 10 10 1000 BC AC AB AB AC BC A B C · · · · = · · = 2p SUBIECTUL al IIvlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( ) ( ) 1 1 1 1 1,0 det 1,0 1 1 1 1 A A – – = ⇒ = = – – 2p ( )1 1 0 = – – – = 3p b) ( )( ) ( ) 2det , 2 1 1 1 a a A a b b a b b –= = – + + – , pentru orice numere reale și b 2p ( ),0 a∈ −∞ și ( ) ( )( )0, 1 1 det , 0 b b a A a b ∈ +∞ ⇒ – + > ⇒ ≠ , deci ( ),A a b este inversabilă 3p c) ( ) 1 1 1,3 4 2 A – = , ( )( )det 1,3 6 A = , deci ( )1,3 A este inversabilăși ( )( ) 1 1 1 3 6 1,3 2 1 3 6 A – = – 3p ( )( ) ( ) 1 1,3 2,1 X A A – = · și, cum ( ) 2 0 2,1 2 0 A = , obținem 1 0 1 0 X = – 2p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișsi Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_șt-nat Testul 1 Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializareaștiințe ale naturii Pagina 2 din 3 2.a) ( ) ( ) ( ) ( ) 21 1 3 1 1 1 1 3– = · · – – + – + = ◦ 2p 2 7 3 3 3 = – +

446. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

6. Determinați $\cos(\pi - 2x)$, știind că x este număr real și $\cos x = \frac{2}{3}$.

447. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

6. Triunghiul ABC are măsura unghiului A de $30°$ și măsura unghiului B de $45°$. Arătați că $AC = BC\sqrt{2}$.

Soluție (barem):

1sin 2A= , 2sin 2B= 2p 2 2sin sin 2 AC BC AC BC B A = ⇒ = , deci 2AC BC = 3p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) ( )( ) ( ) 4 1 det 1 2 1 0 3 2 4 12 0 2 3 0 m A m m m = − = − + − − − − = − − 3p 3 4 10 10 m m m = − + − = − , pentru orice număr real m 2p b) ( ) 4 1 9 9 1 2 1 2 3 0 A = − − − , ( )( )det 9 1 A = − 2p ( )1 3 27 19 9 2 18 13 1 10 7 A− = − − − − − − 3p c) ( )( )10 det 0 m A m ≠ ⇒ ≠ , deci sistemul este compatibil determinați ( ) ( ), , 2,1,0 a b c = 3p Cum 2 2 log log 2 1 a= = și 1 0 1 b c + = + = , obținem 2log a b c = + 2p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișsi Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_șt-nat Testul 3 Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializareaștiințe ale naturii Pagina 2 din 2 2.a) ( )( )3 7 3 3 3 3 x x ∗ = − − + = 3p 0 3 3 = + = , pentru orice număr real x 2p b) ( ) 27 3 3 x x x ∗ = − + , ( ) 349 3 3 x x x x ∗ ∗ = − + , pentru orice număr real x 2p ( ) ( ) 3 3 49 3 3 46 3 1 x x − + = − ⇔ − = − , deci 2x= 3p c) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) 5 5 7 3 3 3 7

448. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

numerele reale m pentru care vectorii $\vec{a}$ și $\vec{b}$ sunt coliniari.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB > BC$, $AC = 6$, $BC = 10$ și aria egală cu 15. Determinați măsura unghiului C.

449. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

6. Determinați numerele reale a, $a>-2$, știind că a^2+1 și $a+2$ sunt lungimile ipotenuzei, respectiv razei cercului circumscris unui triunghi dreptunghic.

Soluție (barem):

Triunghiul este dreptunghic, deci ( )2 1 2 2 a a + = + , de unde obținem 2 2 3 0 a a − − = 3p 1a= − sau 3a= , care convin 2p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( ) ( ) 1 0 2 1 0 2 4 1 0 1 4 1 0 1 4 1 1 4 1 det 1 A A = ⇒ = = 2p 0 2 0 0 1 0 1 = + + − − − = 3p b) ( ) ( ) ( ) 1 1 1 0 1 1 1 1 1 2 1 2 1 0 1 1 1 1 2 1 2 1 1 1 1 0 1 a a a a a a a a a A a A A a a a a a + + + + − + · − + = − = + + + + , pentru orice ( )0, a∈ +∞ 3p ( ) ( ) ( )( ) 1 1 det 1 1 1 1 1 1 1 0 1 0 1 a a a a A a A A a a a + − + · − + = = + − > + , pentru orice ( )0, a∈ +∞ 2p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișsi Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_șt-nat Testul 5 Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializareaștiințe ale naturii Pagina 2 din 3 c) ( ) ( ) ( )( )2 2 2 101 1 1 0 1 2 2 1 1 1 0 1 1 1 0 1 2 1 1 2 1 1 1 1 1 1 6 n n nn B n n n n n n n n n + + + + + + + = + + + + + + = + + + + + + + + + + + + … … … … …

450. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

6. Determinați raza cercului înscris în triunghiul MNP, dreptunghic în N, știind că $MN=12$ și $NP=16$.

Soluție (barem):

20 MP = , deci semiperimetrul MNP Δ este 24 p= 2p 96 96 4 2 24 MNP MNP MN NP r p Δ Δ ·= = ⇒ = = = AA 3p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( ) ( ) 1 2 1 1 2 1 1 2 4 1 det 1 2 4 1 1 1 1 1 1 1 A A = − ⇒ = − = − − 2p ( ) ( ) ( )4 2 2 4 1 4 3 =− + + − − − − − − =− 3p b) ( )( ) 3det 4 A a a a = − , pentru orice număr real a 2p ( )A a este inversabilă ( )( ) ( )( )det 0 2 2 0 A a a a a ⇔ ≠ ⇔ − + ≠ , deci { }\ 2,0,2 a∈ − ℝ 3p c) Dacă ( )0 0 0 , , x y z este soluție a sistemului cu 0 0 0 2 3 y z x = = , atunci 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 3 1 2 8 3 1 2 3 0 ax x x x ax x ax x + + = + − = + − = , unde a este număr real, deci ( ) ( ) ( ) 0 0 0 7 1 10 3 1 2 1 0 x a x a x a + = − = − = 2p ( )0 7 1 x a + = , deci 0 0x ≠ și, cum ( )02 1 0 x a − = , obținem că 1a= ; ( )0 0 17 1 8x a x + = ⇒ = și ( )0 0 110 3 1 7x a x − = ⇒ = , ceea ce este imposibil 3p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișsi Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_șt-nat Testul 6 Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializ

451. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=6$, $AC=3$ și unghiul A de $120°$. Calculați perimetrul triunghiului ABC.

452. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

6. Arătaţi că $\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=\sin x$, pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

sin sin sin cos cos sin sin cos cos sin 3 3 3 3 3 3 x x x x x x π π π π π π + + − = + + − = 3p 12sin cos 2sin sin 3 2 x x x π= = · = , pentru orice număr real x 2p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( ) 0 1 0 1 0 det 0 2 3 2 3 A A = ⇒ = = 2p 0 3 1 2 2 = · − · = − 3p b) ( ) 2 2 1det 3 3 2 2 2 3 a a A a a a a a a a a += = + − − − = − + + , pentru orice număr real a 3p ( ) ( )det 0 A a A a ≠ ⇒ este inversabilă, pentru orice număr real a 2p c) ( )( ) 1 3 1 2 2 2 2 2 a a A a a a − + + − = + − , pentru orice numărîntreg a 2p ( )( ) ( ) 1 1 1 a b a b X A a A b b a b a − − + − = = − − + și, cum și b sunt numereîntregi, obținem că X are toate elementele numereîntregi 3p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișsi Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_șt-nat Testul 8 Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializareaștiințe ale naturii Pagina 2 din 2 2.a) 2 2 2 4 2 4 4 2 a · · = = + = ◦ 2p 1 4 5 = + = , care este numărîntreg 3p b) 2 2 2 2 x y x y xy += ◦ , pentru

453. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

5p **6.** Arătaţi că, pentru orice număr real x, $\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=\cos x$.

454. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

6. Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ pentru care $\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)\cos x = \cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)\sin x + 1$.

455. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

5p **6.** Arătați că $\sin^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)-\cos^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\cos 2x$, pentru orice număr real x.

456. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

6. În triunghiul ABC, $AB = 6$, $AC = 3\sqrt{6}$ și $B = \frac{\pi}{3}$. Determinați măsura unghiului C.

Soluție (barem):

6sin sin sin sin 3 6 AB AC B CC B = ⇒ = și, cum 3sin 2B= , obținem 2sin 2C = 3p Cum 3C ππ< − , obținem 4C π= 2p SUBIECTUL al IIvlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( )( ) 1 2 1 2 2 det 2 2 1 2 1 A A = ⇒ = = − − 2p ( )1 1 2 2 1 2 3 = · − · − = + = 3p b) ( ) 2det 1 A a a = + , pentru orice număr real a 2p 21 0 a+ > , pentru orice număr real ( )det 0 a A a ⇒ ≠ , deci ( )A a este inversabilă pentru orice număr real a 3p c) ( ) 1 1 1 1 1 A = − , ( ) ( ) 0 2 1 1 2 0 A A · = − , ( ) ( ) ( ) ( ) 2 4 0 1 1 1 1 4 0 4 A A A A I − · · · = = − − 3p ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( )21 1 1 1 1 4 1 4 1 A A A A A I A A · · · · = − · = − , deci 4k= − 2p Ministerul Educației Centrul Național de Politiciși Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_șt-nat Testul 12 Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializareaștiințe ale naturii Pagina 2 din 2 2.a) 1 1 1 1 1 1 3 2 2 2 3 3 3 3 3 = · · − · − · + = ◦ 3p 1 2 2 2 1 3 3 3 = − − + = , care este numărîntreg 2p b) 23 4 2 x x x x = − + ◦ , pentru orice număr real x 2p 22 4 3 4 0 3 3 x x x x

457. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Toamna August · V04

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

5p	**1.** Arătați că $3(4-i)+3i(1+i)=9$, unde $i^2=-1$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4$.

Soluție (barem):

( ) ( ) 23 4 3 1 12 3 3 3 i i i i i i – + + = – + + = 3p 12 3 9 = – = 2p

458. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Toamna August · V04

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4$. Calculați $(f\circ f)(2)$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3\left(x^2-2x+4\right)=1$.

Soluție (barem):

( )2 0 f = 2p ( )( ) ( )2 0 4 f f f = = – 3p

459. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2021 · Toamna August · V04

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3\left(x^2-2x+4\right)=1$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numere acesta să fie divizibil cu 10.

Soluție (barem):

2 2 2 4 3 2 1 0 x x x x − + = − + = 3p 1x = , care convine 2p

460. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2021 · Toamna August · V04

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 10.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,4)$ și $B(3,a)$, unde a este număr real.

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile 2pÎn mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 9 numere divizibile cu 10 , deci sunt 9 cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 9 1 nr. cazuri posibile 90 10 p = = = 1p

461. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2021 · Toamna August · V04

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,4)$ și $B(3,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, știind că punctele O, A și B sunt coliniare.

5p **6.** Se consideră $E(x)=\cos x+\cos 2x+\cos 3x$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$.

Soluție (barem):

2OA m = , 3OB am = , unde a este număr real 2p 6OA OB m m a = ⇔ = 3p

462. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Toamna August · V04

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

6. Se consideră $E(x)=\cos x+\cos 2x+\cos 3x$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$.

Soluție (barem):

3cos cos cos 4 4 2 4 E π π π π = + + = 2p 2 2 0 0 2 2 = + + − = 3p

463. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2021 · Vara Iunie · V02

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

5p	**1.** Determinaţi al treilea termen al progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că $b_1=2$ și $b_2=6$.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+7$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x-7$. Calculaţi $(f$

Soluție (barem):

3q = , unde q este rația progresiei geometrice 3p 2 3 2 3 18 b = · = 2p

464. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Vara Iunie · V02

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+7$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x-7$. Calculați $(f\circ g)(7)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x-1}=x-2$.

5p **4.** Calculati probabilitatea ca, alegând un număr n din multimea numerelor naturale de o cifră, acesta

Soluție (barem):

( )7 0 g = 2p ( )( ) ( )( ) ( )7 7 0 7 f g f g f = = = 3p

465. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2021 · Vara Iunie · V02

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x-1}=x-2$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea nu să verifice inegalitatea $n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)>0$.

Soluție (barem):

( ) 2 22 1 2 6 5 0 x x x x – = – ⇔ – + = 3p 1x = , care nu convine, 5x = , care convine 2p

466. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2021 · Vara Iunie · V02

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice inegalitatea $n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)>0$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(-1,0)$, $C(3,5)$ și $D(5,6)$. Demonstrați

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale de o cifră are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile 2p Mulțimea numerelor naturale de o cifră care verifică ( )( )( )( )1 2 3 4 0 n n n n n − − − − > are 5 elemente, deci sunt 5 cazuri favorabile 2p nr. cazuri favorabile 5 1 nr. cazuri posibile 10 2 p = = = 1p

467. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2021 · Vara Iunie · V02

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(-1,0)$, $C(3,5)$ și $D(5,6)$. Demonstraţi că punctele B, D și mijlocul segmentului AC sunt coliniare.

5p **6.** Determinaţi $x \in (0,\pi)$, ştiind că $(\sin x - \cos x)^2 = 2$.

Soluție (barem):

Mijlocul segmentului AC este punctul ( )2,3 Mși 1BM m = 3p 1BD m = , deci BD BM m m = , de unde obținem că punctele B , Dși M sunt coliniare 2p

468. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Vara Iunie · V02

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

6. Determinaţi $x \in (0, \pi)$, ştiind că $(\sin x - \cos x)^2 = 2$.

Soluție (barem):

2 2 sin 2sin cos cos 2 1 sin 2 2 sin 2 1 x x x x x x − + = ⇔ − = ⇔ = − 3p Cum ( )0, x π∈ , obținem 32 2x π= , deci 3 4x π= 2p

469. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Model Oficial

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**1.** Arătați că numărul $N=\log_2 24-\log_2 12+3$ este pătratul unui număr natural.
5p	**2.** Determinați numărul real a pentru care punctul $A\left(a,a^2\right)$ aparține graficului f

470. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Model Oficial

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**2.** Determinați numărul real a pentru care punctul $A\left(a,a^2\right)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f\left(x\right)=2x-1$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2-2x-2}=x-2$.

Soluție (barem):

( ) 2 2 2 1 0 f a a a a = ⇔ – + = 3p 1a= 2p

471. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2022 · Model Oficial

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2-2x-2}=x-2$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\{1!,$

Soluție (barem):

( ) 22 2 2 2 2 2 2 2 4 4 x x x x x x x – – = – ⇒ – – = – + 3p 3x= , care convine 2p

472. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2022 · Model Oficial

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\{1!, 2!, 3!, ..., 10!\}$, acesta să fie divizibil cu 9.
5p	**5.** Se consideră triunghiul ABC și punctul D mijlocul segmentului BC. Arătați că, pentru orice

Soluție (barem):

Mulțimea A are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile 2p Numerele divizibile cu 9 din mulțimea A sunt 6! , 7! , 8! , 9! și 10! , deci sunt 5 cazuri favorabile 2p nr.cazuri favorabile 1 nr.cazuri posibile 2 p= = 1p

473. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2022 · Model Oficial

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **5.** Se consideră triunghiul ABC și punctul D mijlocul segmentului BC. Arătați că, pentru orice puncte E și F astfel încât $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{FD}$, are loc relația $2\left(\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{FC}\right)=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

5p **6.** Arătați că $\left(\sin x+\cos x\right)^2-\left(\sin x-\cos x\right)^2=2\cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)$, pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

EB FC EA AB FD DC AB DC + = + + + = + /combarrowextender/combarrowextender/combarrowextender /arrowrightnosp /combarrowextender/combarrowextender/combarrowextender /arrowrightnosp /combarrowextender/combarrowextender /combarrowextender /arrowrightnosp /combarrowextender/combarrowextender/combarrowextender /arrowrightnosp /combarrowextender/combarrowextender/combarrowextender /arrowrightnosp /combarrowextender/combarrowextender/combarrowextender /arrowrightnosp /combarrowextender/combarrowextender/combarrowextender /arrowrightnosp /combarrowextender/combarrowextender/combarrowextender /arrowrightnosp 2p ( )2 2 2 EB FC AB DC AB AB BC AB AC + = + = + + = + /combarrowextender/combarrowextender/combarrowextender /arrowrightnosp /combarrowextender/combarrowextender/combarrowextender /arrowrightnosp /combarrowextender/combarrowextender/combarrowextender /arrowrightnosp /combarrowextender/combarrowextender/combarrowextender /arrowrightnosp /combarrowextender/combarrowextender/combarrowextender /arrowrightnosp /combarrowextender/combarrowextender/combarrowextender /arrowrightnosp /combarrowextender/combarrowextender/combarrowextender /arrowrightnosp /combarrowextender/combarrowextender/combarrowextender /arrowrightnosp 3p

474. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2022 · Model Oficial

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Arătați că $\left(\sin x+\cos x\right)^2-\left(\sin x-\cos x\right)^2=2\cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)$, pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

( ) ( ) 2 2 sin cos sin cos 4sin cos x x x x x x + − − = = 2p 2sin2 2cos 2 2x x π = = − , pentru orice număr real x 3p SUBIECTUL al IIvlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( ) ( ) 1 1 1 1 1 det 1 2 1 2 1 A A − = ⇒ − = = − − 2p ( )1 1 1 2 3 = · − · − = 3p b) ( )( ) 2 21det 1 1 1 xA x x x x = = − + − , pentru orice număr real x 3p Cum ( )( )det 0 A x ≠ pentru orice număr real x, obținem că matricea ( )A x este inversabilă pentru orice număr real x 2p c) ( ) ( ) ( ) 11 1 1 1 1 1 0 1 0 1 A A − − = ⇒ = 2p Cum ( ) 4 1 2 1 1 A = și ( )( ) ( ) ( )( ) 1 1 1 2 1 X A A A − − = · · , obținem 3 3 1 0 X − = 3p 2.a) ( )2 0 2 0 2 2 0 1 2 = · − + − + = ∘ 3p 2 2 2 2 = − + + = 2p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișsi Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_șt-nat Model Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializareaștiințe ale naturii Pagina 2 din 2 b) ( ) ( ) 2 2 2 2 2 2 1 2 2 2 1 2 0 x x x x x − − − + + − + = ⇔ − + + = 3p 2 1 x= − sau 2 2 x= + 2p c) 2 1 e= + este

475. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Simulare Nationala

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p	**1.** Calculați termenul b_4 al progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că $b_1=\sqrt{2}$ și $b_2=4$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=mx^2-2x+1$, unde m este număr real nenu

Soluție (barem):

2 1 2 2 bq b= = , unde q este rația progresiei geometrice ( ) 1n nb ≥ 2p ( ) 33 4 1 2 2 2 32 b bq = = · = 3p

476. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Simulare Nationala

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=mx^2-2x+1$, unde m este număr real nenul. Determinați numărul real nenul m pentru care axa Ox este tangentă graficului funcției f.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+2}-3^x-6\cdot 3^{x-1}=6$.

Soluție (barem):

Axa Ox este tangentă graficului funcției 0 4 4 0 f m ⇔ Δ = ⇔ − = 3p 1m = 2p 3. ( ) 1 3 1 1 13 3 3 6 6 3 18 6 3 3 x x x − − − − − = ⇔ · = ⇔ = 3p 1 1 x− = − , deci 0x= 2p

477. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2022 · Simulare Nationala

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+2}-3^{x}-6\cdot 3^{x-1}=6$.

5p **4.** Se consideră mulțimea A, a numerelor naturale de două cifre. Det

478. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2022 · Simulare Nationala

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **4.** Se consideră mulțimea A, a numerelor naturale de două cifre. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea A, numărul $2n-60$ să aparțină mulțimii A.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,4)$, $B(5,2)$ și C, mijlocul segmentului AB.

Soluție (barem):

Mulțimea A are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile 2p Numărul 2 60 n− aparține mulțimii A dacă 10 2 60 99 n≤ − ≤ , deci sunt 45 de cazuri favorabile, de unde obținem nr. cazuri favorabile 45 1 nr. cazuri posibile 90 2 p= = = 3p

479. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2022 · Simulare Nationala

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,4)$, $B(5,2)$ și C, mijlocul segmentului AB. Determinați ecuația dreptei d care trece prin punctul C și este perpendiculară pe dreapta AB.

5p **6.** Se consideră triunghiul isoscel ABC, cu măsura unghiului A egală cu $120°$ și $AB = 6$. Arătați că

Soluție (barem):

1 3AB m = − și, cum d AB ⊥ , obținem 3dm = 2p ( )2,3 Cși, cum C d ∈ , obținem că ecuația dreptei d este ( )3 3 2 y x − = − , adică 3 3 y x = − 3p

480. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2022 · Simulare Nationala

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Se consideră triunghiul isoscel ABC, cu măsura unghiului A egală cu $120°$ și $AB = 6$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $9\sqrt{3}$.

Soluție (barem):

6AC AB = = 2p 36 6 sin120 2 9 3 2 2 ABC AB AC Δ · · · · ° = = = A 3p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) ( ) 0 1 det 0 0 1 1 1 0 A= = · − · − = − 3p 0 1 1 = + = 2p b) ( ) ( ) ( )( ) 2 2 2 2 2 3 5 3 5 15 8 16 8 B B I iA I iA I iA i A A I iA · = + + = + + · = + = 3p ( ) ( )28 2 8 2 I iA B = + = , deci 2x= 2p c) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) 21 det 2 1 m in iB m iB n B m iB n m in ii m in + − + = ⇒ + = + − − + + , unde ,m n ∈ ℤ 2p ( ) ( )B m iB n + nu este inversabilă, deci ( ) ( )( ) ( )2 2 det 0 2 1 0 B m iB n m n mn i+ = ⇒ − + − = și, cum mși n sunt numereîntregi, obținem perechile ( )1, 1 − − și ( )1,1 3p 2.a) ( )( )2 5 2 5 2 1 5 1 ∗ = · − − − = 3p 10 4 8 = − = 2p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișsi Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_șt-nat Simulare Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializareaștiințe ale naturii Pagina 2 din 2 b) ( )( )1 1 1 1 1 x x x x ∗ = · − − − = , pentru orice x M ∈ 2p ( )( )1 1 1 1 1 x x x x ∗ = · − − − = , pentru orice x M ∈ , deci 1e= este elementul neutru al legii de compoziție „ ∗” 3p c) ( )( ) ( ) ( )( ) ( )( ) ( )( )1 1 1 1 1 1 1 1 x nx x nx y x n y x n y nx y y x n nx − − − ∗ − ∗ = − − − − − − = − · −

481. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Speciala Subiect V03 · V03

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

5p	**1.** Arătați că $\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right)\left(2+\sqrt{2}\right)=2$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f($

Soluție (barem):

( )( ) ( )( )2 2 1 2 2 2 2 2 2 2 – + = – + = 3p 4 2 2 = – = 2p

482. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Speciala Subiect V03 · V03

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2-4x$. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x-3}=\dfrac{1}{2^{2x}}$.

Soluție (barem):

( ) 20 2 4 0 f x x x = ⇔ − = 3p 0x = sau 2x = 2p

483. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2022 · Speciala Subiect V03 · V03

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x-3}=\frac{1}{2^{2x}}$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea n să fie multiplu de 11.

Soluție (barem):

3 2 2 2 3 2 x x x x – – = ⇔ – = – 3p 1x = 2p

484. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2022 · Speciala Subiect V03 · V03

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 11.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,0)$, $B(0,3)$ și $C(4,0)$. Arătați că triunghiul

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile 2pÎn mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 9 numere care sunt multipli de 11 , deci sunt 9 cazuri favorabile, de unde obținem 9 1 90 10 p = = 3p

485. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2022 · Speciala Subiect V03 · V03

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

	să fie multiplu de 11.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,0)$, $B(0,3)$ și $C(4,0)$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel.
5p	**6.** Se consideră $E(x)=\operatorname{tg}x+\sin\frac{3x}{2}-2\cos\frac{x}{2}$, unde $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right)=1$.

Soluție (barem):

5AC = 2p 2 2 4 3 5 BC = + = , deci AC BC = , de unde obținem că triunghiul ABC este isoscel 3p 6. tg 3 3 π = , sin 1 2 π = , 3cos 6 2 π = 3p 33 1 2 1 3 2 E π = + − · = 2p

486. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2022 · Speciala Subiect V03 · V03

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

6. Se consideră $E(x)=\operatorname{tg}x+\sin\frac{3x}{2}-2\cos\frac{x}{2}$, unde $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right)=1$.

487. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Toamna August · V07

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

5p	**1.** Arătați că media aritmetică a numerelor $a=20-\sqrt{21}$ și $b=22+\sqrt{21}$ este egală cu 21.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=3-x$. A

Soluție (barem):

20 21 22 21 2 2 a a b m + – + + = = = 3p 42 21 2= = 2p

488. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Toamna August · V07

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=3-x$. Arătați că $f(a)+g(a)=2$, pentru orice număr real a.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{7x-6}=x$.

Soluție (barem):

( ) 1f a a = − , pentru orice număr real a 2p ( ) ( ) ( )3 1 3 2 g a a f a g a a a = − + = − + − = , pentru orice număr real a 3p

489. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2022 · Toamna August · V07

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{7x-6}=x$.
5p	**4.** Determinați câte numere naturale pare, de două cifre, au cifrel

Soluție (barem):

2 2 7 6 7 6 0 x x x x – = – + = 2p 1x = sau 6x = , care convin 3p

490. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2022 · Toamna August · V07

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

5p **4.** Determinați câte numere naturale pare, de două cifre, au cifrele elemente ale mulțimii $\{1,2,3,4\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,0)$ și $B(6,6)$. Arătați că triunghiul AOM

Soluție (barem):

Cifra unităților se poate alegeîn 2 moduri 2p Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor se poate alegeîn câte 4 moduri, deci se pot forma 2 4 8 · = numere 3p

491. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2022 · Toamna August · V07

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,0)$ și $B(6,6)$. Arătați că triunghiul AOM este isoscel, unde punctul M este mijlocul segmentului OB.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, astfel încât $AC=4$ și măsura unghiului B este egală cu $60°$. Arătați că înălțimea din vârful A a triunghiului ABC are lungimea egală cu 2.

Soluție (barem):

( )3,3 M 2p 3 2 OM = , 3 2 AM = , de unde obținem că triunghiul AOM este isoscel 3p

492. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2022 · Toamna August · V07

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, astfel încât $AC = 4$ și măsura unghiului B este egală cu $60°$. Arătați că înălțimea din vârful A a triunghiului ABC are lungimea egală cu 2.

Soluție (barem):

Măsura unghiului ACB este egală cu 30 ° 2p Dacă AD esteînălțimea din vârful A a triunghiului ABC , atunci triunghiul ACD este dreptunghic, cu unghiul ACD de 30 ° , de unde obținem 22 AC AD = = 3p

493. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2022 · Vara Iunie · V01

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

5p	**1.** Determinați termenul a_1 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_2=6$ și $a_3=12$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-5$. Determinați numărul real a

Soluție (barem):

3 2 6r a a = − = , unde r este rația progresiei aritmetice 2p 1 2 6 6 0 a a r = − = − = 3p

494. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Vara Iunie · V01

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-5$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)+f(2a)=2$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^x\cdot\frac{1}{5}=25$.

Soluție (barem):

5 2 5 2 3 12 a a a – + – = ⇔ = 3p 4a = 2p

495. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2022 · Vara Iunie · V01

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

5p | **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^x \cdot \frac{1}{5} = 25$.

5p | **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea

Soluție (barem):

1 2 5 5 x− = , deci 1 2 x − = 3p 3x = 2p

496. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2022 · Vara Iunie · V01

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 16 .

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,2)$ și $B(1,4)$. Determinați coordonatele

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile 2pÎn mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 6 numere care sunt multipli de 16 , deci sunt 6 cazuri favorabile, de unde obținem 6 1 90 15 p = = 3p

497. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2022 · Vara Iunie · V01

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,2)$ și $B(1,4)$. Determinați coordonatele punctului C, astfel încât punctul A este mijlocul segmentului BC.
5p	**6.** Se consideră expresia $E(x)=\sin x+\sin\frac{3x}{2}-\cos\frac{x}{2}$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right)=1$.

Soluție (barem):

1 4 ,2 2 C C x y A + + , de unde obținem 5Cx = 3p 0Cy = 2p

498. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2022 · Vara Iunie · V01

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

6. Se consideră expresia $E(x)=\sin x+\sin\frac{3x}{2}-\cos\frac{x}{2}$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right)=1$.

Soluție (barem):

3sin 3 2 π = , sin 1 2 π = , 3cos 6 2 π = 3p 3 3 1 1 3 2 2 E π = + − = 2p

499. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Model Oficial

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**1.** Arătați că numerele $5-2\sqrt{6}$, 1 și $5+\sqrt{24}$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax+1$, unde a este număr real nenul. Determinați

Soluție (barem):

( )( ) ( )( ) 225 2 6 5 24 5 24 5 24 5 24 − + = − + = − = 3p 225 24 1 = − = , deci numerele 5 2 6 − , 1 și 5 24 + sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice 2p

500. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Model Oficial

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax+1$, unde a este număr real nenul. Determinați numărul real nenul a pentru care $(f\circ f)(1)=1$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{2-x}=32$.

Soluție (barem):

( )1 1 f a = + , ( )( ) ( )1 1 1 f f a a = + + , pentru orice număr real nenul a 3p ( )1 1 1 a a + + = , deci ( )1 0 a a + = și, cum a este număr real nenul, obținem 1a = − 2p

501. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2023 · Model Oficial

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2-x} = 32$.
5p	**4.** Determinați numărul de submulțimi ordonate, cu câte două el

Soluție (barem):

4 2 3 4 5 2 2 32 2 2 x x x − + − · = = , de unde obținem 3 4 5 x − = 3p 3x = 2p

502. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2023 · Model Oficial

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **4.** Determinați numărul de submulțimi ordonate, cu câte două elemente, care se pot forma cu elementele mulțimii $M=\{0,1,2,3,4\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,1)$ și $B(2,5)$. Determinați ecuația dreptei d

Soluție (barem):

2 5 5! 3! A = = 3p 4 5 20 = · = 2p

503. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2023 · Model Oficial

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,1)$ și $B(2,5)$. Determinați ecuația dreptei d care trece prin punctul B și este perpendiculară pe dreapta AB.
5p	**6.** Arătați că $(\operatorname{tg}x+1)(\operatorname{ctg}x-1)=2\operatorname{ctg}2x$, pentru orice $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

Soluție (barem):

1AB m = și, cum d AB ⊥ , obținem 1dm = – 3p Ecuația dreptei d este ( )5 1 2 y x – = – – , adică 7y x = – + 2p 6. ( )( ) 2 2 sin cos cos sin tg 1 ctg 1 1 1 cos sin cos sin x x x x x x x x x – + – = + – = = 2p cos 2 2ctg2 1 sin 2 2 x x x = = , pentru orice 0, 2x π ∈ . 3p

504. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2023 · Model Oficial

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Arătați că $(\operatorname{tg} x+1)(\operatorname{ctg} x-1)=2\operatorname{ctg} 2x$, pentru orice $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

505. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Simulare Nationala

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p	**1.** Arătați că $2(1+i)-i(2-i)=1$, unde $i^2=-1$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+1($

Soluție (barem):

22 1 2 2 2 2 i i i i i i 3p 2 1 1 2p

506. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Simulare Nationala

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+10$. Determinați numărul real a pentru care punctul $A(2a,a)$ aparține graficului funcției f.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x^2+2}=2x$.

Soluție (barem):

2 6 10 f a a a a 3p 2a 2p

507. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2023 · Simulare Nationala

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x^2+2}=2x$.
5p	**4.** Determinați câte numere naturale impare, de trei cifre, se p

Soluție (barem):

2 2 2 2 4 x x , de unde obținem 2 1 0 x 2p 1x , care nu convine; 1x , care convine 3p

508. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2023 · Simulare Nationala

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **4.** Determinați câte numere naturale impare, de trei cifre, se pot forma cu elementele mulțimii $A=\{0,1,2,3,4\}$.

5p **5.** Determinați numărul real a pentru care vectorii $\vec{u}=a\vec{i}+(a-1)\vec{j}$ și $\vec{v}=\vec{i}+2\vec{j}$ sunt coliniari.

Soluție (barem):

Cifra unităților se poate alegeîn două mod uri 2p Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor se poate alegeîn 5 moduriși, pentru fiecare alegere a cifrei unităților și a cifrei zecilor, cifra sutelor se poate alegeîn 4 moduri, deci se pot forma 2 5 4 40 de numere 3p

509. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2023 · Simulare Nationala

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

$A=\{0,1,2,3,4\}$.

5p **5.** Determinați numărul real a pentru care vectorii $\vec{u}=a\vec{i}+(a-1)\vec{j}$ și $\vec{v}=\vec{i}+2\vec{j}$ sunt coliniari.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu măsura unghiului B egală cu $\frac{\pi}{6}$ și $BC=$

Soluție (barem):

1 1 2 a a 3p 1a 2p 6. 12 AC ; 6ACD ∢ 3p cos 6 AC CD , de unde obținem 8 3 CD 2p

510. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2023 · Simulare Nationala

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu măsura unghiului B egală cu $\frac{\pi}{6}$ și $BC = 24$. Bisectoarea unghiului C al triunghiului ABC intersectează latura AB în punctul D. Determinați lungimea segmentului CD.

511. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Speciala Subiect V06 · V06

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V06.pdf

5p	**1.** Arătați că $\left(\sqrt{6}-2\right)\left(\sqrt{6}+2\right)=2$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

512. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Speciala Subiect V06 · V06

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V06.pdf

5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+1$. Determinați numerele reale a pentru care $f(a)=1-a$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4\left(x^2+4\right)=\log_4(6x-4)$.

Soluție (barem):

2 1 1 a a + = − , deci 2 0a a + = 3p 1a = − sau 0a = 2p

513. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2023 · Speciala Subiect V06 · V06

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V06.pdf

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4\left(x^2+4\right)=\log_4\left(6x-4\right)$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale de două cifre, cu cifra zecilor număr imp

Soluție (barem):

2 4 6 4 x x + = − , deci 2 6 8 0 x x − + = 3p 2x = sau 4x = , care convin 2p

514. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2023 · Speciala Subiect V06 · V06

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V06.pdf

5p **4.** Determinați câte numere naturale de două cifre, cu cifra zecilor număr impar, se pot forma cu elementele mulțimii $\{1,2,3,4,5\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,-5)$ și $B(5,5)$. Determinați distanța de la

Soluție (barem):

Cifra zecilor se poate alegeîn 3 moduri 2p Pentru fiecare alegere a cifrei zecilor, cifra unităților se poate alegeîn câte 5 moduri, deci se pot forma 3 5 15 · = numere 3p

515. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2023 · Speciala Subiect V06 · V06

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V06.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,-5)$ și $B(5,5)$. Determinați distanța de la punctul O la mijlocul segmentului AB.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AC=6$ și $\text{tg}C=\sqrt{3}$. Arătați că aria

Soluție (barem):

3Mx = și 0My = , unde M este mijlocul segmentului AB 3p 3OM = 2p

516. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2023 · Speciala Subiect V06 · V06

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V06.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AC=6$ și $\text{tg}C=\sqrt{3}$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $18\sqrt{3}$.

Soluție (barem):

tg 6 3 AB C AB AC = = 3p 6 6 3 18 3 2ABC Δ ·= = A 2p

517. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Toamna August · V07

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

5p	**1.** Arătați că $3-4i+i(4-i)=4$, unde $i^2=-1$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4-2$

Soluție (barem):

( ) 23 4 4 3 4 4 i i i i i i – + – = – + – = 3p 3 1 4 = + = 2p

518. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Toamna August · V07

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4-2x$. Arătați că $(f\circ f)(1)=0$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5\left(x^2-2x+6\right)=\log_5 6$.

Soluție (barem):

( )1 2 f = 2p ( )( ) ( )( ) ( )1 1 2 0 f f f f f = = = 3p

519. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2023 · Toamna August · V07

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5\left(x^2-2x+6\right)=\log_5 6$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor acesta să fie divizibil cu 3 și cu 7.

Soluție (barem):

2 2 6 6 x x − + = , deci 2 2 0 x x − = 2p 0x = sau 2x = , care convin 3p

520. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2023 · Toamna August · V07

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 3 și cu 7.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$, $B(a,0)$ și $C(0,b)$. Determinați numerele

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile 2pÎn mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 4 numere divizibile cu 3 și cu 7 , deci sunt 4 cazuri favorabile, de unde obținem 4 2 90 45 p = = 3p

521. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2023 · Toamna August · V07

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$, $B(a,0)$ și $C(0,b)$. Determinați numerele reale a și b, știind că punctul A este mijlocul segmentului BC.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, cu $AB=AC=10$ și $BC=16$. Arătați că $AD=6$, unde AD este

Soluție (barem):

0 0 ,2 2 a b A + + 3p 2a = și 4b = 2p

522. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2023 · Toamna August · V07

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

reale a și b, știind că punctul A este mijlocul segmentului BC.

6. Se consideră triunghiul ABC, cu $AB = AC = 10$ și $BC = 16$. Arătați că $AD = 6$, unde AD este înălțime în triunghiul ABC.

Soluție (barem):

Triunghiul ABD este dreptunghicîn Dși 8BD = 3p 100 64 6 AD = – = 2p

523. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2023 · Vara Iunie · V01

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

5p	**1.** Arătați că $4-6\sqrt{3}+3\left(2\sqrt{3}-1\right)=1$.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, f

Soluție (barem):

( )4 6 3 3 2 3 1 4 6 3 6 3 3 – + – = – + – = 3p 4 3 1 = – = 2p

524. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Vara Iunie · V01

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x-3$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x+3$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=g(a)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x+1}\cdot 2^3=1$.

Soluție (barem):

5 3 2 3 a a – = + 3p 2a = 2p

525. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2023 · Vara Iunie · V01

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

5p | **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x+1} \cdot 2^3 = 1$.

5p | **4.** Determinați câte numere naturale, de două cifre distinct

Soluție (barem):

2 4 0 2 2 x+ = , de unde obținem 2 4 0 x + = 3p 2x = − 2p

526. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2023 · Vara Iunie · V01

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

5p **4.** Determinați câte numere naturale, de două cifre distincte, se pot forma cu cifre din mulțimea $A=\{3,4,5,6\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(0,2)$, $C(3,3)$ și M, mijlocul segmentului

Soluție (barem):

Cifra zecilor se poate alegeîn 4 moduri 2p Pentru fiecare alegere a cifrei zecilor, cifra unităților se poate alegeîn câte 3 moduri, deci sunt 4 3 12 · = numere 3p

527. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2023 · Vara Iunie · V01

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(0,2)$, $C(3,3)$ și M, mijlocul segmentului AB. Arătați că segmentele MO și MC au lungimile egale.

5p **6.** Se consideră $E(x)=2\sin x\sin 2x-\cos x$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{6}\right)=0$.

Soluție (barem):

( )2,1 M , de unde obținem 5MO = 3p 5MC = , deci MO MC = 2p

528. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2023 · Vara Iunie · V01

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

6. Se consideră $E(x)=2\sin x\sin 2x-\cos x$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{6}\right)=0$.

Soluție (barem):

1sin 6 2 π = , 3sin 3 2 π = , 3cos 6 2 π = 3p 1 3 3 2 0 6 2 2 2 E π = · · − = 2p

529. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Model Oficial

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**1.** Arătați că $0,5+10\cdot\left(1-0,75\right)=3$.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to$

Soluție (barem):

0,5 10 1 0,75 0,5 10 0, 25 2p 0,5 2,5 3 3p

530. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Model Oficial

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+1$. Arătați că $f(m)+g(-m)=m$, pentru orice număr real m.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2+6}=\sqrt{5x}$.

Soluție (barem):

2 1 f m m , pentru orice număr real m 2p 1 2 1 1 g m m f m g m m m m , pentru orice număr real m 3p

531. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2024 · Model Oficial

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2+6}=\sqrt{5x}$.
5p	**4.** Se consideră mulțimea $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Calculați pr

Soluție (barem):

2 6 5 x x , deci 2 5 6 0 x x 2p 2x sau 3x , care convin 3p

532. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2024 · Model Oficial

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **4.** Se consideră mulțimea $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea A, acesta să fie divizor al lui 30.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(2,2)$ și $C(4,0)$. Arătați că triunghiul

Soluție (barem):

Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile 2pÎn mulțimea A sunt 5 divizori ai lui 30 , deci sunt 5 cazuri favorabile, de unde obținem 5 9p 3p

533. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2024 · Model Oficial

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(2,2)$ și $C(4,0)$. Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic în B.

5p **6.** Se consideră $E(x)=3\cos^2 x-\cos\frac{x}{2}\cdot\sin x$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right)=0$.

Soluție (barem):

1AB m 2p 1 1 BC AB BC m m m , deci triunghiul ABC este dreptunghicîn B 3p

534. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2024 · Model Oficial

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Se consideră $E(x)=3\cos^2 x-\cos\frac{x}{2}\cdot\sin x$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right)=0$.

Soluție (barem):

1cos 3 2 , 3cos 6 2 , 3sin 3 2 3p 1 3 3 3 0 3 4 2 2 E 2p

535. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Simulare Nationala

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p	**1.** Se consideră numerele complexe $z_1 = 3 - i$ și $z_2 = 1 + i$. Arătați că $z_1 + iz_2 = 2$.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 5 - x$ și $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = x + 2$. De

Soluție (barem):

2 1 2 3 1 3 z iz i i i i i i 3p 3 1 2 2p

536. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Simulare Nationala

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5-x$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+2$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=g(a+1)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3\left(4x-x^2\right)=1$.

Soluție (barem):

5f a a , 1 3 g a a 2p 5 3 a a , de unde obținem 1a 3p

537. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2024 · Simulare Nationala

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3\left(4x-x^2\right)=1$.
5p	**4.** Determinați câte numere naturale impare, de două cifre, cu cifra ze

Soluție (barem):

24 3 x x , de unde obținem 2 4 3 0 x x 3p 1x sau 3x , care convin 2p

538. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2024 · Simulare Nationala

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **4.** Determinați câte numere naturale impare, de două cifre, cu cifra zecilor număr par, se pot forma cu elementele mulțimii $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3)$, $B(2,0)$ și C. Știind că punctul B este

Soluție (barem):

Cifra unităților se poate alegeîn 4 moduri 2p Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor se poate alegeîn câte 3 moduri, deci se pot forma 4 3 12 numere 3p

539. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2024 · Simulare Nationala

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3)$, $B(2,0)$ și C. Știind că punctul B este mijlocul segmentului OC, determinați distanța dintre punctele A și C.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $B=\frac{\pi}{6}$ și mediana $AM=4$. Arătați că aria

Soluție (barem):

4,0 C 2p 2 2 4 3 5 AC 3p

540. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2024 · Simulare Nationala

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $B=\frac{\pi}{6}$ și mediana $AM=4$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $8\sqrt{3}$.

Soluție (barem):

4AC 2p 4 3 AB , deci 4 3 4 8 3 2ABC A 3p

541. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Speciala Subiect V09 · V09

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

5p	**1.** Arătați că $6-2\sqrt{5}+\sqrt{5}\cdot\left(2-\sqrt{5}\right)=1$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, f

Soluție (barem):

( )6 2 5 5 2 5 6 2 5 2 5 5 5 − + · − = − + − · = 2p 6 5 1 = − = 3p

542. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Speciala Subiect V09 · V09

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-3$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)+f(1)=0$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $10^{x-1}=10^{-2x}\cdot 10^{2}$.

Soluție (barem):

( ) 2 3 f a a = − , ( )1 1 f = − 3p 2 3 1 0 a − − = , de unde obținem 2a = 2p

543. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2024 · Speciala Subiect V09 · V09

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $10^{x-1}=10^{-2x}\cdot 10^{2}$.
5p	**4.** Determinați câte dintre numerele naturale de două cifre distincte

Soluție (barem):

1 2 2 10 10 x x – – + = , de unde obținem 1 2 2 x x – = – + 3p 1x = 2p

544. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2024 · Speciala Subiect V09 · V09

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

5p **4.** Determinați câte dintre numerele naturale de două cifre distincte, care se pot forma cu cifre din mulțimea $A=\{1,2,3,4,5,6\}$, au ambele cifre pare.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,6)$ și $B(6,0)$. Determinați distanța dintre

Soluție (barem):

Cifra zecilor se poate alegeîn 3 moduri 3p Pentru fiecare alegere a cifrei zecilor, cifra unităților se poate alegeîn câte 2 moduri, deci sunt 3 2 6 · = numere 2p

545. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2024 · Speciala Subiect V09 · V09

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,6)$ și $B(6,0)$. Determinați distanța dintre punctele B și M, unde punctul M este mijlocul segmentului OA.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AC=6$ și aria egală cu 24. Arătați că $AB=8$.

Soluție (barem):

( )2,3 M 2p 5BM = 3p 6. 2ABC AB AC Δ ·=A , deci 624 2 AB ·= 3p 24 2 86AB ·= = 2p

546. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2024 · Speciala Subiect V09 · V09

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AC=6$ și aria egală cu 24. Arătați că $AB=8$.

547. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Toamna August · V03

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

5p	**1.** Arătați că $2-5i+i(5-3i)=5$, unde $i^2=-1$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=6x+m$

Soluție (barem):

( ) 22 5 5 3 2 5 5 3 i i i i i i – + – = – + – = 3p 2 3 5 = + = 2p

548. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Toamna August · V03

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=6x+m$, unde m este număr real. Determinați numărul real m pentru care $f(2)=15$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{2x+1}=7^x\cdot 7^2$.

Soluție (barem):

( )2 12 f m = + , deci 12 15 m+ = 3p 3m = 2p

549. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2024 · Toamna August · V03

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{2x+1} = 7^x \cdot 7^2$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea num să aibă cel puțin una dintre cifre egală cu 1.

Soluție (barem):

2 1 2 7 7 x x + + = , de unde obținem 2 1 2 x x + = + 3p 1x = 2p

550. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2024 · Toamna August · V03

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cel puțin una dintre cifre egală cu 1.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,5)$ și $B(4,2)$. Determinați distanța dintre

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile 2pÎn mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 18 numere care au cel puțin una dintre cifre egală cu 1, deci sunt 18 cazuri favorabile, de unde obținem 18 1 90 5 p = = 3p

551. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2024 · Toamna August · V03

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

să aibă cel puțin una dintre cifre egală cu 1.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,5)$ și $B(4,2)$. Determinați distanța dintre punctul A și mijlocul segmentului OB.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB=5$ și $BC=5\sqrt{5}$. Arătați că $\sin C=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Soluție (barem):

( )2,1 M este mijlocul segmentului OB 3p 4AM = 2p

552. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2024 · Toamna August · V03

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB=5$ și $BC=5\sqrt{5}$. Arătați că $\sin C=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Soluție (barem):

5sin 5 5 AB C BC = = = 3p 1 5 55 = = 2p

553. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2024 · Vara Iunie · V10

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V10.pdf

5p	**1.** Determinați termenul a_1 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_2 = 8$ și $a_3 = 12$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 2$. Determinați numărul real m pentru c

Soluție (barem):

Rația progresiei este 3 2 4r a a = − = 3p 1 2 4a a r = − = 2p

554. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Vara Iunie · V10

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V10.pdf

5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-2$. Determinați numărul real m pentru care $f(m)=m$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_6\left(9-x^2\right)=\log_6 5$.

Soluție (barem):

( ) 3 2 f m m = − , pentru orice număr real m 2p 3 2 m m − = , de unde obținem 1m = 3p

555. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2024 · Vara Iunie · V10

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V10.pdf

5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_6\left(9-x^2\right)=\log_6 5$.
5p	**4.** Se consideră mulțimea $A=\{0,1,2,\ldots,9\}$. Determinați probabilitatea

Soluție (barem):

29 5 x– = , de unde obținem 2 4 0 x – = 2p 2x = – sau 2x = , care convin 3p

556. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2024 · Vara Iunie · V10

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V10.pdf

5p	**4.** Se consideră mulțimea $A=\{0,1,2,\ldots,9\}$. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea A, numărul $\sqrt{2n+1}$ să aparțină mulțimii A.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,0)$, $B(4,4)$ și $C(5,2)$. Arătați că triunghiul

Soluție (barem):

Mulțimea A are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile 2p Numerele n din mulțimea A pentru care 2 1 n + aparține mulțimii A sunt 0 și 4 , deci sunt 2 cazuri favorabile, de unde obținem 2 1 10 5 p = = 3p

557. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2024 · Vara Iunie · V10

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V10.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,0)$, $B(4,4)$ și $C(5,2)$. Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic în C.

5p **6.** Se consideră expresia $E(x)=2\sin x\cdot\cos\frac{x}{2}+\left(\sin\frac{3x}{4}\right)^2$. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right)=2$.

Soluție (barem):

1 2AC m = 2p 2 1 BC AC BC m m m = − · = − , deci triunghiul ABC este dreptunghicîn C 3p

558. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2024 · Vara Iunie · V10

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V10.pdf

6. Se consideră expresia $E(x)=2\sin x\cdot\cos\frac{x}{2}+\left(\sin\frac{3x}{4}\right)^2$. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right)=2$.

Soluție (barem):

3sin 3 2 π = , 3cos 6 2 π = , 2sin 4 2 π = 3p 3 3 2 2 2 3 2 2 4 E π = · · + = 2p

559. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2025 · Model Oficial

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**1.** Determinați termenul a_1 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_3 = 19$ și $a_4 = 25$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2x + a$, unde a este număr real. Determinați nu

Soluție (barem):

Rația progresiei este 4 3 6r a a 3p 1 3 2 7 a a r 2p

560. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2025 · Model Oficial

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+a$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, știind că $f(2)=8$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{2-x}-\frac{1}{625}\cdot 25^{x}=0$.

Soluție (barem):

2 4 f a 2p 4 8 a , de unde obținem 4a 3p

561. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2025 · Model Oficial

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{2-x}-\frac{1}{625}\cdot 25^{x}=0$.
5p	**4.** Determinați câte submulțimi cu două elemente are mulțimea $A=\{1,2$

Soluție (barem):

2 4 2 5 5 5 0 x x , deci 2 2 4 5 5 x x , de unde obținem 2 2 4 x x 3p 2x 2p

562. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2025 · Model Oficial

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **4.** Determinați câte submulțimi cu două elemente are mulțimea $A=\{1,2,3,4,5,6\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,2)$, $B(2,0)$ și $C(8,2)$. Dete

Soluție (barem):

2 6 6! 2! 4! C 3p 15 2p

563. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2025 · Model Oficial

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,2)$, $B(2,0)$ și $C(8,2)$. Determinați lungimea segmentului DE, unde punctele D și E sunt mijloacele segmentelor OA, respectiv BC.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB=6$ și $B=\frac{\pi}{6}$. Arătați că raza cercului

Soluție (barem):

1,1 Dși 5,1 E 2p 4DE 3p 6. cos AB B BC , deci 3 6 2 BC , de unde obținem 4 3 BC 3p 2 BC R , unde R este raza cercului circumscris triunghiului ABC , deci 2 3 R 2p

564. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2025 · Model Oficial

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB=6$ și $B=\frac{\pi}{6}$. Arătați că raza cercului circumscris triunghiului ABC este egală cu $2\sqrt{3}$.

565. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2025 · Speciala Subiect V03 · V03

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

5p	**1.** Arătați că $2\cdot(1,1+0,3)-1,8=1$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

Soluție (barem):

( )2 1,1 0,3 1,8 2 1,4 1,8 · + – = · – = 2p 2,8 1,8 1 = – = 3p

566. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2025 · Speciala Subiect V03 · V03

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+4$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=a\cdot f(0)$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2-x}=\sqrt{x^2+x-1}$.

Soluție (barem):

( )0 4 f = , ( ) 2 4 f a a = + , pentru orice număr real a 2p 2 4 4 a a + = , de unde obținem 2a = 3p

567. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2025 · Speciala Subiect V03 · V03

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2-x}=\sqrt{x^2+x-1}$.
5p	**4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea nu

Soluție (barem):

22 1 x x x − = + − , de unde obținem 2 2 3 0 x x + − = 2p 3x = − sau 1x = , care convin 3p

568. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2025 · Speciala Subiect V03 · V03

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

5p **4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice inegalitatea $n^3 > 10$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$, $B(2,0)$ și $C(8,2)$. Determinați distanța

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale de o cifră are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile 2pÎn mulțimea numerelor naturale de o cifră sunt 7 numere n care verifică inegalitatea 3 10 n > , deci sunt 7 cazuri favorabile, de unde obținem 7 10 p = 3p

569. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2025 · Speciala Subiect V03 · V03

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$, $B(2,0)$ și $C(8,2)$. Determinați distanța dintre punctul A și mijlocul segmentului BC.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $BC=10$ și $\sin B=\frac{2}{5}$. Arătați că $AC=4$.

Soluție (barem):

( )5,1 M , unde punctul M este mijlocul segmentului BC 3p 5AM = 2p

570. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2025 · Speciala Subiect V03 · V03

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $BC=10$ și $\sin B=\frac{2}{5}$. Arătați că $AC=4$.

Soluție (barem):

sin AC B BC = , deci 2 5 10 AC = 3p 2 10 45AC · = = 2p

571. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2025 · Toamna August · V03

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

5p	**1.** Arătați că $2\cdot(1,1+0,3)-1,8=1$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

Soluție (barem):

( )2 1,1 0,3 1,8 2 1,4 1,8 · + – = · – = 2p 2,8 1,8 1 = – = 3p

572. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2025 · Toamna August · V03

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+4$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=a\cdot f(0)$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2-x}=\sqrt{x^2+x-1}$.

Soluție (barem):

( )0 4 f = , ( ) 2 4 f a a = + , pentru orice număr real a 2p 2 4 4 a a + = , de unde obținem 2a = 3p

573. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2025 · Toamna August · V03

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2-x}=\sqrt{x^2+x-1}$.
5p	**4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea nu

Soluție (barem):

22 1 x x x − = + − , de unde obținem 2 2 3 0 x x + − = 2p 3x = − sau 1x = , care convin 3p

574. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2025 · Toamna August · V03

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

5p **4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice inegalitatea $n^3 > 10$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$, $B(2,0)$ și $C(8,2)$. Determinați distanța

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale de o cifră are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile 2pÎn mulțimea numerelor naturale de o cifră sunt 7 numere n care verifică inegalitatea 3 10 n > , deci sunt 7 cazuri favorabile, de unde obținem 7 10 p = 3p

575. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2025 · Toamna August · V03

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$, $B(2,0)$ și $C(8,2)$. Determinați distanța dintre punctul A și mijlocul segmentului BC.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $BC=10$ și $\sin B=\frac{2}{5}$. Arătați că $AC=4$.

Soluție (barem):

( )5,1 M , unde punctul M este mijlocul segmentului BC 3p 5AM = 2p

576. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2025 · Toamna August · V03

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $BC=10$ și $\sin B=\frac{2}{5}$. Arătați că $AC=4$.

Soluție (barem):

sin AC B BC = , deci 2 5 10 AC = 3p 2 10 45AC · = = 2p

577. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2025 · Vara Iunie · V01

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

5p	**1.** Determinați termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1=4$ și $a_2=15$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-2$. Determinați numărul real a

578. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2025 · Vara Iunie · V01

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-2$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)+f(2)=2a$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2\left(x^2-3x+2\right)=\log_2(2+x)$.

579. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2025 · Vara Iunie · V01

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2\left(x^2-3x+2\right)=\log_2\left(2+x\right)$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale pare, de două cifre distincte, se pot forma cu ele

580. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2025 · Vara Iunie · V01

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

5p **4.** Determinați câte numere naturale pare, de două cifre distincte, se pot forma cu elementele mulțimii $A=\{1,2,3,5,7,8\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,5)$, $B(8,4)$ și C, mijlocul segmentului OB.

581. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2025 · Vara Iunie · V01

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,5)$, $B(8,4)$ și C, mijlocul segmentului OB. Arătați că $AO = AC$.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB = 4$ și $\cos B = \frac{2}{3}$. Arătați că $BC = 6$.

582. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2025 · Vara Iunie · V01

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

,

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB = 4$ și $\cos B = \frac{2}{3}$. Arătați că $BC = 6$.

583. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Model Oficial

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**1.** Se consideră numerele complexe $z_1 = 4 - 3i$ și $z_2 = 1 - 2i$. Arătați că $z_1 + 3iz_2 = 10$.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 3 - x$ și $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = 2x + 1$. Determi

Soluție (barem):

2 1 2 3 4 3 3 1 2 4 3 3 6 z iz i i i i i i 2p 4 6 10 3p

584. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Model Oficial

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3-x$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x+1$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=3a+g(3)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4\left(x^2+4\right)=\log_4 x+\log_4 5$.

Soluție (barem):

3 7 g , 3f a a , pentru orice număr real a 2p 3 3 7 a a , de unde obținem 1a 3p

585. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2026 · Model Oficial

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4\left(x^2+4\right)=\log_4 x+\log_4 5$.

5p **4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor natu

Soluție (barem):

2 4 4 log 4 log 5 x x , de unde obținem 2 5 4 0 x x 3p 1x sau 4x , care convin 2p

586. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2026 · Model Oficial

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 4.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,8)$, $B(0,4)$ și $C(a,b)$, unde a și b sunt

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile 2pÎn mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 3 numere care au produsul cifrelor egal cu 4, deci sunt 3 cazuri favorabile, de unde obținem 3 1 90 30 p 3p

587. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2026 · Model Oficial

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,8)$, $B(0,4)$ și $C(a,b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b, știind că segmentele OA și BC au același mijloc.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $C=\frac{\pi}{6}$. Raza cercului circumscris triunghiului

Soluție (barem):

1,4 M este mijlocul segmentului OA 2p Cum M este mijlocul segmentului BC , obținem 2a și 4b 3p

588. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2026 · Model Oficial

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $C=\frac{\pi}{6}$. Raza cercului circumscris triunghiului ABC este egală cu 4. Arătați că $AB=4$.

Soluție (barem):

2 8 BC R , unde R este raza cercului circumscris triunghiului ABC 2p 42 BC AB 3p

589. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Rezerva Toamna August · V05

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Rezerva_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V05.pdf

5p	**1.** Arătați că $i(6-i)+3(3-2i)=10$, unde $i^2=-1$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4x$.

Soluție (barem):

( ) ( ) 26 3 3 2 6 9 6 i i i i i i – + – = – + – = 3p 1 9 10 = + = 2p

590. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Rezerva Toamna August · V05

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Rezerva_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V05.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4x$. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{3x-2}=7^{-x}\cdot 49$.

Soluție (barem):

( ) 0f x = , deci 2 4 0 x x − = 3p Abscisele sunt 0 și 4 2p

591. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2026 · Rezerva Toamna August · V05

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Rezerva_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V05.pdf

5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{3x-2} = 7^{-x} \cdot 49$.
5p	**4.** Determinați câte numere naturale impare, de două cifre distincte, s

Soluție (barem):

3 2 2 7 7 x x – – + = , de unde obținem 3 2 2 x x – = – + 3p 1x = 2p

592. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2026 · Rezerva Toamna August · V05

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Rezerva_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V05.pdf

5p **4.** Determinați câte numere naturale impare, de două cifre distincte, se pot forma cu cifre din mulțimea $A=\{2,3,4,5,8,9\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,2)$, $B(7,4)$ și C, astfel încât A este mijlocul

Soluție (barem):

Cifra unităț ilor se poate alegeîn 3 moduri 2p Pentru fiecare alegere a cifrei unităț ilor, cifra zecilor se poate alegeîn câte 5 moduri, deci se pot forma 3 5 15 · = numere 3p

593. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2026 · Rezerva Toamna August · V05

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Rezerva_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V05.pdf

5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,2)$, $B(7,4)$ și C, astfel încât A este mijlocul segmentului BC. Determinați lungimea segmentului OC.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB=2$ și $BC=4$. Arătați că $AD=\sqrt{3}$, unde

Soluție (barem):

7 52 Cx+ = , 4 22 Cy+ = , unde Cxși Cy sunt coordonatele punctului C 2p 3Cx = , 0Cy = , de unde obținem 3OC = 3p 6. 2 3 AC = , 2 2 3 4 2 2 AD · · = 3p 2 2 3 4AD ·= , de unde obținem 3AD = 2p

594. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2026 · Rezerva Toamna August · V05

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Rezerva_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V05.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB = 2$ și $BC = 4$. Arătați că $AD = \sqrt{3}$, unde AD este înălțime a triunghiului ABC.

595. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Speciala Subiect V02 · V02

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V02.pdf

5p	**1.** Arătați că $2\sqrt{2}\left(3+\sqrt{2}\right)+3\left(1-2\sqrt{2}\right)=7$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f\left(x\right)=$

Soluție (barem):

( ) ( )2 2 3 2 3 1 2 2 6 2 2 2 2 3 6 2 + + – = + · + – = 2p 4 3 7 = + = 3p

596. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Speciala Subiect V02 · V02

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V02.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-10$. Determinați numărul real a pentru care $f(2a)=f(a)-3$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{4x^2-6x+5}=x\sqrt{3}$.

Soluție (barem):

( )2 6 10 f a a = − , ( ) 3 10 f a a = − , pentru orice număr real a 2p 6 10 3 10 3 a a − = − − , de unde obținem 1a = − 3p

597. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2026 · Speciala Subiect V02 · V02

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V02.pdf

5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{4x^2-6x+5}=x\sqrt{3}$.
5p	**4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numer acesta să aibă suma cifrelor cel mult egală cu 3.

Soluție (barem):

2 2 4 6 5 3 x x x − + = , de unde obținem 2 6 5 0 x x − + = 2p 1x = sau 5x = , care convin 3p

598. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2026 · Speciala Subiect V02 · V02

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V02.pdf

5p **4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă suma cifrelor cel mult egală cu 3.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3)$, $B(1,5)$ și $C(6,0)$. Arătați că triunghiul

Soluție (barem):

În mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile 2pÎn mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 6 numere care au suma cifrelor cel mult egală cu 3 , deci sunt 6 cazuri favorabile, de unde obținem 6 1 90 15 p = = 3p

599. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2026 · Speciala Subiect V02 · V02

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V02.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3)$, $B(1,5)$ și $C(6,0)$. Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic în A.

5p **6.** Se consideră expresia $E(x)=\cos x\cdot\sin 3x-\sin 2x$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{6}\right)=0$.

Soluție (barem):

2AB m = 2p 1 2AC m = − și, cum 1AB AC m m · = − , obținem că triunghiul ABC este dreptunghicîn A 3p

600. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2026 · Speciala Subiect V02 · V02

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V02.pdf

6. Se consideră expresia $E(x)=\cos x\cdot\sin 3x-\sin 2x$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{6}\right)=0$.

Soluție (barem):

3cos 6 2 π = , sin 1 2 π = , 3sin 3 2 π = 3p 3 3 1 0 6 2 2 E π = · − = 2p

601. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Toamna August · V04

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

5p	**1.** Se consideră numerele complexe $z_1 = 2 - 3i$ și $z_2 = 1 - 2i$. Arătați că $iz_1 + z_2 = 4$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + 3$. Determinați numărul real a

Soluție (barem):

( ) 2 1 2 2 3 1 2 2 3 1 2 iz z i i i i i i + = − + − = − + − = 2p 3 1 4 = + = 3p

602. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Toamna August · V04

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+3$. Determinați numărul real a pentru care $f(a+2)=a+f(a)$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x}=\sqrt{x^2-x+2}$.

Soluție (barem):

( )2 5 f a a + = + , ( ) 3f a a = + , pentru orice număr real a 2p 5 3 a a a + = + + , de unde obținem 2a = 3p

603. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2026 · Toamna August · V04

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x}=\sqrt{x^2-x+2}$.
5p	**4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea n

Soluție (barem):

22 2 x x x = − + , de unde obținem 2 3 2 0 x x − + = 2p 1x = sau 2x = , care convin 3p

604. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2026 · Toamna August · V04

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

5p	**4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice inegalitatea $3n^2 > 100$.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,0)$, $B(8,2)$ și $C(1,9)$. Determinați distanța

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale de o cifră are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile 2pÎn mulțimea numerelor naturale de o cifră sunt 4 numere n care verifică inegalitatea 23 100 n > , deci sunt 4 cazuri favorabile, de unde obținem 4 2 10 5 p = = 3p

605. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2026 · Toamna August · V04

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,0)$, $B(8,2)$ și $C(1,9)$. Determinați distanța dintre punctul C și mijlocul segmentului AB.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC, cu $AC=9$ și $B=\frac{\pi}{3}$. Arătați că raza cercului circumscris

Soluție (barem):

Mijlocul segmentului AB este ( )7,1 M 3p 2 2 6 8 100 10 CM = + = = 2p

606. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2026 · Toamna August · V04

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

dintre punctul C și mijlocul segmentului AB.

6. Se consideră triunghiul ABC, cu $AC=9$ și $B=\frac{\pi}{3}$. Arătați că raza cercului circumscris triunghiului ABC este egală cu $3\sqrt{3}$.

Soluție (barem):

92 sin sin AC R B B = = , unde R este raza cercului circumscris triunghiului ABC 3p Cum 3sin 3 2 π = , obținem 3 3 R = 2p

607. Matematica — Subiectul I, exercițiul 1

Sursă: 2026 · Vara Iunie · V03

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V03.pdf

5p	**1.** Arătați că $(4,9-3,4):3+2,5=3$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, f

Soluție (barem):

( )4,9 3,4 :3 2,5 1,5 :3 2,5 – + = + = 2p 0,5 2,5 3 = + = 3p

608. Matematica — Subiectul I, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Vara Iunie · V03

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V03.pdf

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-21$. Determinați numărul real a pentru care punctul $A(-3a,a)$ aparține graficului funcției f.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_7\left(1+2x-x^2\right)=\log_7(3-x)$.

Soluție (barem):

( )3f a a − = 2p 6 21 a a − − = , de unde obținem 3a = − 3p

609. Matematica — Subiectul I, exercițiul 3

Sursă: 2026 · Vara Iunie · V03

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V03.pdf

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_7\left(1+2x-x^2\right)=\log_7\left(3-x\right)$.

5p **4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor natura
acesta să fie multiplu impar de 11 .

Soluție (barem):

21 2 3 x x x + − = − , de unde obținem 2 3 2 0 x x − + = 2p 1x = sau 2x = , care convin 3p

610. Matematica — Subiectul I, exercițiul 4

Sursă: 2026 · Vara Iunie · V03

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V03.pdf

5p **4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu impar de 11.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,5)$, $B(2,0)$ și $C(4,2)$. Arătați că triunghiul

Soluție (barem):

Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile 2pÎn mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 5 multipli impari de 11 , deci sunt 5 cazuri favorabile, de unde obținem 5 1 90 18 p = = 3p

611. Matematica — Subiectul I, exercițiul 5

Sursă: 2026 · Vara Iunie · V03

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V03.pdf

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,5)$, $B(2,0)$ și $C(4,2)$. Arătați că triunghiul ADC este isoscel, unde punctul D este mijlocul segmentului BC.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $\text{tg}B=\frac{1}{3}$ și aria egală cu 24. Arătați că $AC=4$.

Soluție (barem):

( )3,1 D , 5AD = 3p 5AC = , deci triunghiul ADC este isoscel 2p

612. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2026 · Vara Iunie · V03

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V03.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $\text{tg}B=\frac{1}{3}$ și aria egală cu 24. Arătați că $AC=4$.

Soluție (barem):

1 3 AC AB = , deci 3AB AC = 2p 24 2 AB AC · = , deci 2 16 AC = , de unde obținem 4AC = 3p